

*Tamamı
Çözümlü*

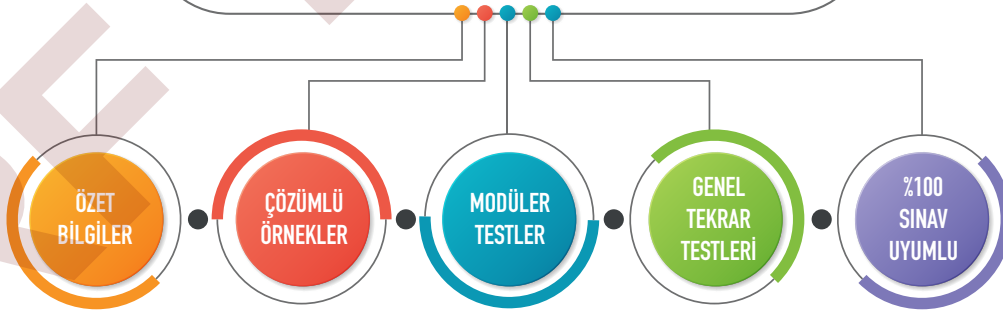
AYT

YENİ BAŞLAYANLAR İÇİN

ADIM / ADIM

MATEMATİK

SORU KÜTÜPHANESİ



Hedefine Paraf At

İÇİNDEKİLER

ÜNİTE 1: FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR

GRAFİK UYGULAMALARI - 1	9
GRAFİK UYGULAMALARI - 2	21
GRAFİK UYGULAMALARI - 3	27
PARABOL - 1	35
PARABOL - 2	47
ÜNİTE TARAMA	57
TESTLERİN ÇÖZÜMLERİ	65

ÜNİTE 2: DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

İKİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMLERİ	107
İKİNCİ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER - 1	111
İKİNCİ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER - 2	117
İKİNCİ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ	125
TESTLERİN ÇÖZÜMLERİ	133

ÜNİTE 3: OLASILIK

OLASILIK - 1	157
OLASILIK - 2	163
OLASILIK - 3	169
TESTLERİN ÇÖZÜMLERİ	173
GENEL TARAMA (1-2-3. ÜNİTELER)	183
GENEL TARAMA ÇÖZÜMLERİ	193

ÜNİTE 4: ÜSTEL VE LOGARİTMİK FONKSİYONLAR

ÜSLÜ İFADELER VE ÜSTEL FONKSİYONLAR	205
LOGARİTMA FONKSİYONU VE GRAFİĞİ	211
LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ	215
LOGARİTMİK DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER	223
ÜNİTE TARAMA	231
TESTLERİN ÇÖZÜMLERİ	237

İÇİNDEKİLER

ÜNİTE 5: GERÇEK SAYI DİZİLERİ

SABİT DİZİ, İNDİRGEMELİ DİZİLER VE FİBONACCİ DİZİSİ	263
TOPLAM SEMBOLÜ VE ARİTMETİK DİZİLER	269
GEOMETRİK DİZİLER	279
ÜNİTE TARAMA	289
TESTLERİN ÇÖZÜMLERİ	295

ÜNİTE 6: TÜREV

LİMİT VE SÜREKLİLİK	323
TÜREV ALMA KURALLARI - 1	333
TÜREV ALMA KURALLARI - 2	341
TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU	349
MAKSİMUM, MİNİMUM PROBLEMLERİ VE TÜREVİN FİZİKSEL YORUMU	357
TESTLERİN ÇÖZÜMLERİ	365

ÜNİTE 7: İNTEGRAL

BELİRSİZ İNTEGRAL VE İNTEGRAL ALMA KURALLARI	399
BELİRLİ İNTEGRAL	409
RİEMANN TOPLAMI VE ALAN HESABI	419
TESTLERİN ÇÖZÜMLERİ	429
GENEL TARAMA (3-4-5-6-7. ÜNİTELER)	455
GENEL TARAMA ÇÖZÜMLERİ	463



ÜNİTE 1

FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR

FONKSİYON GRAFİĞİ

$y = f(x)$ denklemini sağlayan tüm (x, y) ikililerine analitik düzlemde karşılık gelen noktaların kümesine bu fonksiyonun grafiği denir.

Bilgi

Grafiğin,

x eksenini kestiği nokta için $y = 0$

y eksenini kestiği nokta için $x = 0$

alınır.

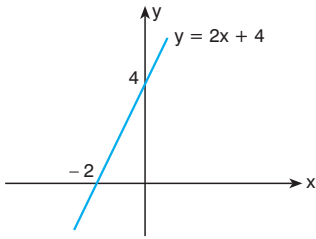
Buradan hareketle $y = ax + b$ şeklindeki doğrusal fonksiyon grafiği için bu noktaların (eksenleri kestiği noktaların) bulunması yeterlidir.

Örneğin, $y = 2x + 4$ doğrusal fonksiyonunun grafiği,

$$x = 0 \text{ için } y = 2 \cdot 0 + 4 \Rightarrow y = 4$$

$$y = 0 \text{ için } 0 = 2x + 4 \Rightarrow x = -2$$

olduğundan $(0, 4)$ ve $(-2, 0)$ noktalarından geçen

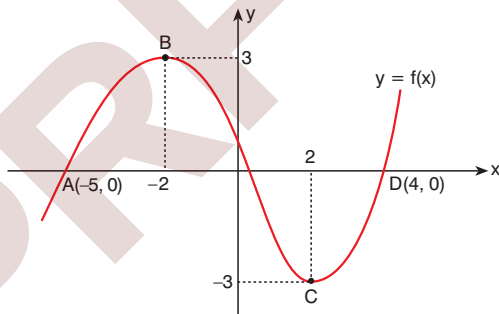


şeklinde bir doğrudur.

Dikkat

$y = f(x)$ fonksiyonunun bir noktadaki değeri o noktanın 'y'sidir.

Mesela grafiği



şeklinde verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun

A ve D noktalarındaki değeri 0

B noktasındaki değeri 3

C noktasındaki değeri -3

olur.

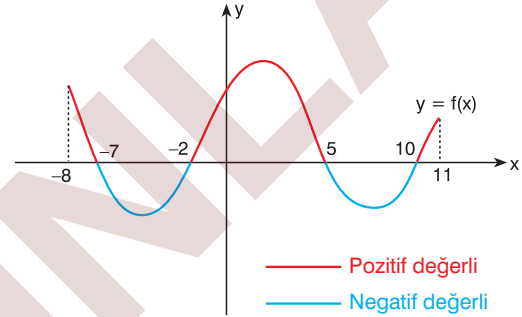
Fonksiyonun Pozitif ve Negatif Olduğu Aralıklar

Bilgi

Bir f fonksiyonunun grafiğinin; x ekseninin üzerinde olduğu aralıklarda fonksiyon pozitif değerlidir.

x ekseninin altında olduğu aralıklarda ise negatif değerlidir.

Mesela, aşağıda $(-8, 11)$ aralığında grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinde kırmızı kısımların değerleri (y leri) pozitif, mavi kısımların değerleri (y leri) negatiftir.



Öyleyse $y = f(x)$ fonksiyonu;

$(-8, -7)$, $(-2, 5)$ ve $(10, 11)$ aralıklarında pozitif değerli,

$(-7, -2)$ ve $(5, 10)$ aralıklarında negatif değerlidir.

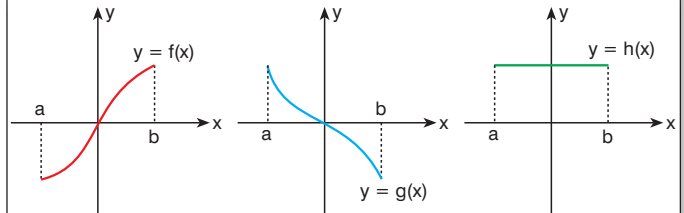
Artan ve Azalan Fonksiyonlar

Bilgi

Bir fonksiyonun grafiğini soldan sağa doğru çizerken elimiz;

- yukarı doğru hareket ediyorsa fonksiyon artan,
- aşağı doğru hareket ediyorsa fonksiyon azalan
- x eksenine paralel şekilde hareket ediyorsa fonksiyon sabittir.

Örneğin, $[a, b]$ aralığında



şeklinde grafikleri verilen fonksiyonlardan;

f artan,

g azalan,

h sabit fonksiyonlardır.

Örnek - 1

$y = f(x) = 3x + 9$ fonksiyonunun,

- $x = 2$ için değerini bulalım.
- Grafiğinin eksenleri kestiği noktaları bulalım.
- Grafiğini çizelim.

Çözüm

a) $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ için değeri $f(2)$ demektir.

$$f(2) = 3 \cdot 2 + 9 = 15 \text{ bulunur.}$$

b) Önce x - eksenini kestiği noktayı bulalım. x - eksenini kestiği noktada $y = 0$ olacağından

$$0 = 3x + 9 \Rightarrow 3x = -9 \Rightarrow x = -3 \text{ olur.}$$

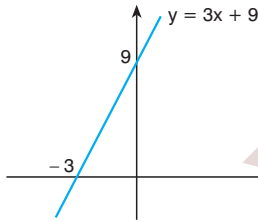
Yani grafik x - eksenini $(-3, 0)$ noktasında keser. Şimdide y - eksenini kestiği noktayı bulalım.

y - eksenini kestiği noktada $x = 0$ olacağından

$$y = 3 \cdot 0 + 9 \Rightarrow y = 9 \text{ bulunur.}$$

Yani grafik y - eksenini $(0, 9)$ noktasında keser.

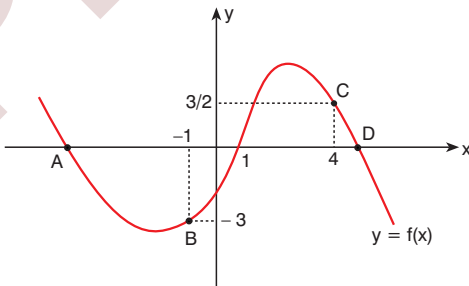
c) Öyleyse grafik,



şeklinde dir.

Örnek - 2

Aşağıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun A, B ve C noktalarındaki değerlerini söyleyelim.



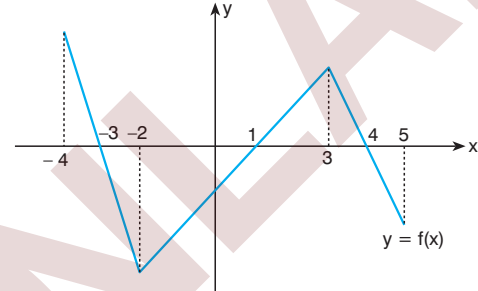
Çözüm

A noktası x - ekseninde olduğundan y si (değeri) 0 dir.

B noktasının koodinatları $(-1, -3)$ olduğundan y si (değeri) -3 tür.

C noktasının koodinatları $(4, \frac{3}{2})$ olduğundan y si (değeri) $\frac{3}{2}$ dir.

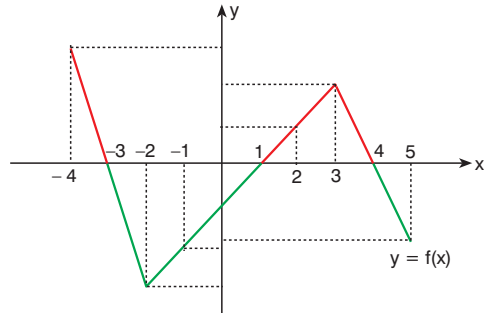
Örnek - 3



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun $[-4, 5]$ aralığındaki

- hangi x tam sayıları için negatif,
- hangi x tam sayıları için pozitif değerler aldığını bulalım.

Çözüm



$-4, 2$ ve 3 e karşılık gelen değerler (y ler) pozitifdir.

$-2, -1, 0$ ve 5 e karşılık gelen değerler (y ler) negatiftir.

x ekseninde $-3, 1$ ve 4 için değerler (y ler) 0 dir.

Not

Yukarıdaki grafikte

$x \in [-4, -2]$ ve $x \in [3, 5]$ iken $y = f(x)$ fonksiyonunun AZALAN

$x \in [-2, 3]$ iken $y = f(x)$ fonksiyonunun ARTAN olduğu görülmektedir.

1. $y = f(x) = -3x + 15$

fonksiyonu için $x = -1$ değeri kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

2. $y = f(x) = x^2 + x + 3$

fonksiyonu için $f(-2)$ değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 10 E) 13

3. $y = f(x) = 10 - 5x$

fonksiyonunun grafiğinin x - eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $y = f(x) = x^2 + 5x - 7$

fonksiyonunun grafiğinin y - eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

- A) -7 B) -5 C) -3 D) 2 E) 5

5. $y = f(x) = 12 + 4x$

fonksiyonu x - eksenini $x = a$ noktasında, y - eksenini $y = b$ noktasında kestiğine göre $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 10 E) 9

6. $y = g(x) = x^2 + 2x - c$

fonksiyonu veriliyor.

$g(5) = 15$ olduğuna göre, c değeri kaçtır?

- A) 20 B) 25 C) 28 D) 30 E) 37

7. $y = f(x) = -3x + 9$

$y = g(x) = x^2 + 2x + 15$

fonksiyonları veriliyor.

$y = f(x)$ in grafiği x - eksenini $(a, 0)$ noktasında kestiğine göre, $g(a)$ değeri kaçtır?

- A) 22 B) 25 C) 28 D) 30 E) 37

8. $y = f(x) = -x^2 + 19$

$y = g(x) = x^2 + 2x - 7$

fonksiyonları veriliyor.

$y = g(x)$ in grafiği y - eksenini $(0, b)$ noktasında kestiğine göre, $f(b)$ değeri kaçtır?

- A) - 35 B) - 30 C) - 25 D) - 20 E) - 15

9. $y = g(x) = -x^2 + 2x - 3$

fonksiyonu veriliyor.

$y = g(x)$ in grafiği $(3, b)$ noktasından geçtiğine göre, $g(b)$ değeri kaçtır?

- A) - 30 B) - 33 C) - 41 D) - 47 E) - 51

10. $y = f(x) = x^2 + mx - 9$

fonksiyonu veriliyor.

$y = f(x)$ in grafiği $(1, -5)$ noktasından geçtiğine göre, m değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

11. $y = f(x) = 2x^2 - mx$

fonksiyonu veriliyor.

$y = f(x)$ in grafiği $(1, -2)$ noktasından geçtiğine göre, $m + f(m)$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 33 B) 30 C) 29 D) 20 E) 17

12. $y = f(x) = x^2 + ax - b$

fonksiyonu veriliyor.

$y = f(x)$ in grafiği $(1, -1)$ ve $(2, 5)$ noktalarından geçtiğine göre, $a + b$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 8 B) 11 C) 17 D) 23 E) 29

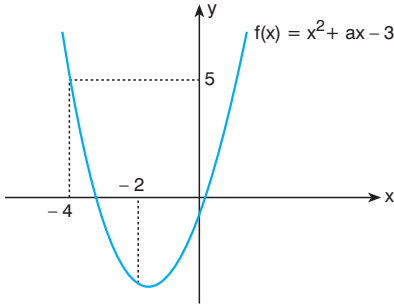
13. $y = f(x) = x^2 + mx + n$

fonksiyonu veriliyor.

$y = f(x)$ in grafiği $(2, 1)$ ve $(3, 5)$ noktalarından geçtiğine göre, $f(m \cdot n)$ değeri kaçtır?

- A) - 3 B) - 2 C) - 1 D) - 3 E) - 7

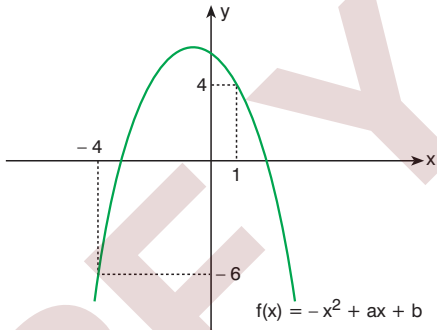
1. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(-2)$ kaçtır?

- A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

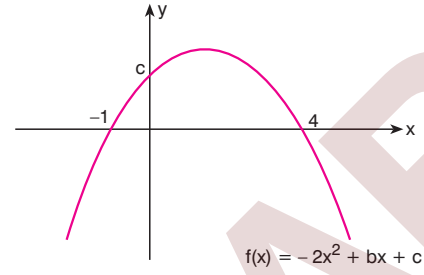
2. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{13}{2}$ B) -6 C) $-\frac{11}{2}$ D) -5 E) -4

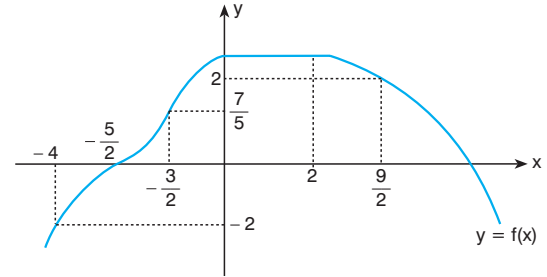
3. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(c - b)$ değeri kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

4. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = -4$ deki değeri $y = -2$ dir.
II. $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = -\frac{3}{2}$ deki değeri $y = \frac{7}{5}$ dir.
III. $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = 0$ daki değeri ile $x = 2$ deki değeri aynıdır.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

5. $f(x) = 2x - 16$

fonksiyonunun pozitif değerli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(8, \infty)$ B) $(10, \infty)$ C) $(12, \infty)$
D) $(14, \infty)$ E) $(16, \infty)$

6. $f(x) = 3x + 27$

fonksiyonunun negatif değerli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 9)$ B) $(-\infty, 7)$ C) $(-\infty, 3)$
D) $(-\infty, -3)$ E) $(-\infty, -9)$

7. $y = g(x) = -x^2 + 5x + 5$

fonksiyonu veriliyor.

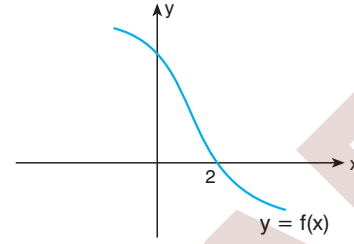
Buna göre,

- I. $y = g(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ deki değeri pozitifdir.
II. $y = g(x)$ fonksiyonunun $x = -2$ deki değeri negatiftir.
III. $y = g(x)$ fonksiyonunun $x = -5$ deki değeri negatiftir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

8. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



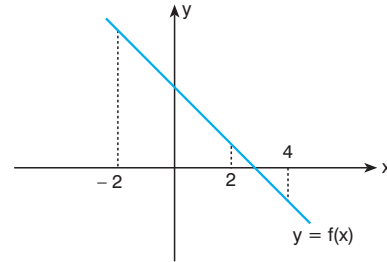
Buna göre,

- I. $y = f(x)$ fonksiyonunu $x > 2$ için negatif değerlidir.
II. $y = f(x)$ fonksiyonunu $x < 2$ için pozitif değerlidir.
III. $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ deki değeri negatiftir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

9. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = -2$ deki değeri pozitifdir.
II. $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ deki değeri negatiftir.
III. $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = 4$ deki değeri negatiftir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

ÇÖZÜMLERİ

Test - 1

Çözüm 1

Bize $f(-1)$ sorulmuş.

$$\begin{aligned} f(x) &= -3x + 15 \Rightarrow f(-1) = -3 \cdot (-1) + 15 \\ &\Rightarrow f(-1) = 18 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap C

Çözüm 2

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + x + 3 \Rightarrow f(-2) = (-2)^2 + (-2) + 3 \\ &\Rightarrow f(-2) = 5 \end{aligned}$$

Cevap A

Çözüm 3

$y = 0$ alınarak x eksenini kestiği nokta bulunur.

$$0 = 10 - 5x \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

Cevap B

Çözüm 4

$x = 0$ alınarak grafiğin y eksenini kestiği nokta bulunur.

$$f(0) = 0^2 + 5 \cdot 0 - 7 \Rightarrow f(0) = -7 \text{ olur.}$$

Cevap A

Çözüm 5

x eksenini kestiği nokta için $y = 0$ alınır.

$$12 + 4x = 0 \Rightarrow 4x = -12 \Rightarrow x = -3$$

Buna göre, $a = -3$ olur.

y eksenini kestiği nokta için $x = 0$ alınır.

$$f(0) = 12 + 4 \cdot 0 = 12$$

Buna göre, $b = 12$ dir.

$$\text{Buradan } a + b = -3 + 12 = 9 \text{ bulunur.}$$

Cevap E

Çözüm 6

$$\begin{aligned} g(5) &= 15 \Rightarrow 5^2 + 2 \cdot 5 - c = 15 \\ &\Rightarrow 35 - c = 15 \Rightarrow c = 20 \end{aligned}$$

Cevap A

Çözüm 7

f , $(a, 0)$ dan geçiyorsa $f(a) = 0$ olmalı.

$$-3a + 9 = 0 \Rightarrow a = 3 \text{ bulunur.}$$

$$g(a) = g(3) = 3^2 + 2 \cdot 3 + 15 \Rightarrow g(3) = 30 \text{ bulunur.}$$

Cevap D

Çözüm 8

g , $(0, b)$ den geçtiğine göre, $g(0) = b$ olmalı.

$$0^2 + 2 \cdot 0 - 7 = b \Rightarrow b = -7 \text{ bulunur.}$$

$$f(b) = f(-7) = -(-7)^2 + 19 \Rightarrow f(-7) = -30 \text{ olur.}$$

Cevap B

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 9

$g, (3, b)$ den geçiyorsa $g(3) = b$ olur.
 $-9 + 6 - 3 = b \Rightarrow b = -6$ bulunur.
 Buna göre, $g(b) = g(-6) = -(-6)^2 + 2 \cdot (-6) - 3$
 $\Rightarrow g(-6) = -51$ bulunur.

Cevap E

Çözüm 10

$f, (1, -5)$ den geçiyorsa $f(1) = -5$ olur.
 $1 + m - 9 = -5 \Rightarrow m = 3$ bulunur.

Cevap C

Çözüm 11

$f, (1, -2)$ den geçiyorsa $f(1) = -2$ dir.
 $2 \cdot (1)^2 - m \cdot 1 = -2 \Rightarrow 2 - m = -2 \Rightarrow m = 4$ olur.
 Buna göre, $f(x) = 2x^2 - 4x$ olur.
 $f(m) = f(4) = 2 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 = 16$ bulunur.
 Burada $m + f(m) = 4 + 16 = 20$ bulunur.

Cevap D

Çözüm 12

$f(x) = x^2 + ax - b$ idi.
 $(1, -1)$ den geçiyorsa,
 $f(1) = -1 \Rightarrow 1 + a - b = -1 \Rightarrow a - b = -2$ (★)
 $(2, 5)$ den geçiyorsa,
 $f(2) = 5 \Rightarrow 4 + 2a - b = 5 \Rightarrow 2a - b = 1$ (★★)
 ★ ve ★★ denklemlerini ortak çözelim.

$$\begin{array}{r} 2a - b = 1 \quad (★★) \\ - \quad a - b = -2 \quad (★) \\ \hline a = 3 \Rightarrow b = 5 \text{ olur.} \end{array}$$

 Buna göre, $a + b = 8$ bulunur.

Cevap A

Çözüm 13

$f(x) = x^2 + mx + n$ idi.
 $(2, 1)$ den geçiyorsa,
 $f(2) = 1 \Rightarrow 4 + 2m + n = 1 \Rightarrow 2m + n = -3$ (★)
 $(3, 5)$ den geçiyorsa,
 $f(3) = 5 \Rightarrow 9 + 3m + n = 5 \Rightarrow 3m + n = -4$ (★★)

★ ve ★★ denklemlerini ortak çözelim.

$$\begin{array}{r} 3m + n = -4 \quad (★★) \\ - \quad 2m + n = -3 \quad (★) \\ \hline m = -1 \Rightarrow n = -1 \text{ olur.} \end{array}$$

$m \cdot n = 1$ olacağından,

$f(m \cdot n) = f(1) = 1 + m + n = 1 + (-1) + (-1) = -1$ bulunur.

Cevap C

Test - 2

Çözüm 1

$f(x) = x^2 + ax - 3$ idi.
 Grafik $(-4, 5)$ noktasından geçiyor.
 Buna göre,
 $f(-4) = 5 \Rightarrow 16 - 4a - 3 = 5$
 $\Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2$ olur.
 Öyleyse $f(x) = x^2 + 2x - 3$ bulunur.
 $f(-2) = (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 3 = -3$ bulunur.

Cevap B

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 2

$$f(x) = -x^2 + ax + b \text{ idi.}$$

Grafik $(-4, -6)$ noktasından geçiyor.

$$f(-4) = -6 \Rightarrow -16 - 4a + b = -6 \Rightarrow b - 4a = 10 \quad (\star)$$

Grafik $(1, 4)$ noktasından geçiyor.

$$f(1) = 4 \Rightarrow -1 + a + b = 4 \Rightarrow a + b = 5 \quad (\star\star)$$

Şimdi $\star$ ve $\star\star$ denklemlerini ortak çözelim.

$$b - 4a = 10 \quad (\star)$$

$$- a + b = 5 \quad (\star\star)$$

$$-5a = 5 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow b = 6 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, $a \cdot b = (-1) \cdot 6 = -6$ bulunur.

Cevap B

Çözüm 3

$$f(x) = -2x^2 + bx + c \text{ idi.}$$

Grafik $(-1, 0)$ dan geçiyor.

$$f(-1) = 0 \Rightarrow -2 - b + c = 0 \Rightarrow c - b = 2 \quad (\star)$$

Grafik $(4, 0)$ noktasından geçiyor.

$$f(4) = 0 \Rightarrow -32 + 4b + c = 0 \Rightarrow c + 4b = 32 \quad (\star\star)$$

Şimdi $\star$ ve $\star\star$ denklemlerini ortak çözelim.

$$c + 4b = 32 \quad (\star\star)$$

$$- c - b = 2 \quad (\star)$$

$$5b = 30 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow c = 8 \text{ bulunur.}$$

Öyleyse $f(x) = -2x^2 + 6x + 8$ olur.

$$f(c - b) = f(2) = -8 + 12 + 8 = 12 \text{ bulunur.}$$

Cevap D

Çözüm 4

Grafik $(-4, -2)$ noktasından geçiyor. I. yargı doğru

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ x & y \end{array}$$

Grafik $(-\frac{3}{2}, \frac{7}{5})$ noktasından geçiyor. II. yargı doğru

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ x & y \end{array}$$

$[0, 2]$ aralığında fonksiyon sabit olduğundan III. yargı doğrudur.

Cevap E

Çözüm 5

Pozitif tanımlı ise $f(x) > 0$ olmalıdır.

$$2x - 16 > 0 \Rightarrow 2x > 16 \Rightarrow x > 8 \text{ bulunur.}$$

Cevap A

Çözüm 6

Negatif tanımlı ise $f(x) < 0$ olmalıdır.

$$3x + 27 < 0 \Rightarrow 3x < -27 \Rightarrow x < -9 \text{ bulunur.}$$

Cevap E

Çözüm 7

$$g(x) = -x^2 + 5x + 5$$

$$g(1) = -1 + 5 + 5 = 9 > 0 \text{ (I. doğru)}$$

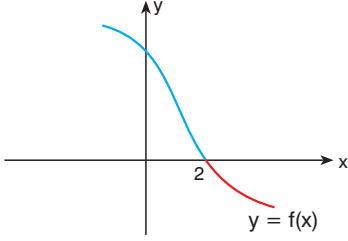
$$g(-2) = -4 - 10 + 5 = -9 < 0 \text{ (II. doğru)}$$

$$g(-5) = -25 - 25 + 5 = -45 < 0 \text{ (III. doğru)}$$

Cevap E

ÇÖZÜMLERİ

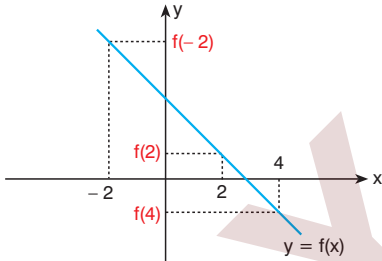
Çözüm 8



Grafiğe göre $x < 2$ için (mavi kısım) fonksiyon pozitif değerli
 $x > 2$ için (kırmızı kısım) fonksiyon negatif değerlidir.
 I. ve II. yargılar doğrudur.
 Grafik x eksenini $x = 2$ de kestiğinden bu noktadaki değeri
 $f(2) = 0$ dir. III. yargı yanlıştır.

Cevap C

Çözüm 9



Grafiğe göre,
 $x = -2$ deki değeri olan $f(-2) > 0$ (I. doğru)
 $x = 2$ deki değeri olan $f(2) > 0$ (II. yanlış)
 $x = 4$ deki değeri olan $f(4) < 0$ (III. doğru)

Cevap C

Test - 3

Çözüm 1

$$f(x) = ax - 10 \Rightarrow f(2) > 0 \Rightarrow 2a - 10 > 0 \\ \Rightarrow 2a > 10 \Rightarrow a > 5 \text{ bulunur.}$$

Cevap A

Çözüm 2

$$g(x) = mx + 15 \Rightarrow g(3) < 0 \Rightarrow 3m + 15 < 0 \\ \Rightarrow 3m < -15 \Rightarrow m < -5 \text{ bulunur.}$$

Cevap E

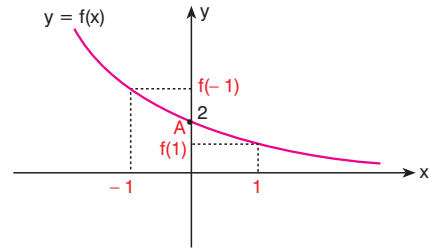
Çözüm 3

$$f(x) = 5x - 3k \\ f(3) > 0 \Rightarrow 15 - 3k > 0 \\ \Rightarrow 15 > 3k \Rightarrow 5 > k \text{ (★)} \\ f(0) \leq 0 \Rightarrow -3k \leq 0 \Rightarrow k \geq 0 \text{ (★★)} \\ \text{★ ve ★★ ifadelerine göre, } 0 \leq k < 5 \text{ olmalıdır.}$$

Buna göre, $k = 0, 1, 2, 3, 4$ olmak üzere 5 farklı tam sayı değeri alabilir.

Cevap E

Çözüm 4



Grafiğin tamamı x ekseninin üstünde yani pozitif olduğundan I. yargı doğrudur.

A noktası y üzerinde olduğundan $A(0, 2)$ dir.

Öyleyse $f(0) = 2$ olur. Yani II. yargı doğrudur.

Yine grafiğe göre $f(-1) > f(1)$ olduğu açıktır.

Öyleyse III. yargı da doğrudur.

Cevap D

Çözüm 5

Artış miktarı olan 3 olduğundan aradığımız doğrusal fonksiyon-
 da x in katsayısı 3 olmalıdır.

Başlangıçta yani $x = 0$ için $y = 7$ olacaksa $y = 3x + 7$ olmalıdır.

Cevap C



ÜNİTE 2

DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

ÜNİTE 2

DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri

İKİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMLERİ

Birinci ve ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlere birkaç örnek verelim.

Birinci Dereceden Denklem	İkinci Dereceden Denklem
$2x - y = 1$	$x^2 + y - 1$
$3x + y = 5$	$x^2 - y^2 = 4$
$x + y = 0$	$x + y^2 = 0$
$x - y = 13$	$x \cdot y = 1$

Burada en az biri ikinci dereceden olan iki denklemi çözmeyi öğreneceğiz. Bu tarz sorularda takip edilebilecek yöntemleri aşağıdaki örnekleri inceleyerek kavrayabiliriz.

Örnek - 1

$$x + y = 1$$

$$x^2 + xy = 2$$

sistemi çözelim.

Çözüm

Eşitlikleri sağlayan (x, y) ikililerini bulmaya çalışıyoruz.

$$x + y = 1 \quad (*)$$

$$x^2 + xy = 2 \quad (**)$$

(**) denklemini düzenleyelim.

$$x^2 + xy = 2$$

$$\Rightarrow x(x + y) = 2$$

1

$$\Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

Şimdi bu değeri istediğimiz denklemde yazalım.

(*) denklemini birinci dereceden olduğundan bu denklemi tercih etmek mantıklı olur.

$$x + y = 1 \Rightarrow 2 + y = 1 \Rightarrow y = -1 \text{ olur.}$$

Öyleyse çözüm kümesi tek bir ikiliden oluşur, o da (2, -1) dir.

Buna göre, ÇK = {(2, -1)} olur.

Örnek - 2

$$x^2 - y^2 = 4$$

$$x + y = 1$$

sistemi çözelim.

Çözüm

$$x^2 - y^2 = 4 \quad (*)$$

$$x + y = 1 \quad (**)$$

(*) denklemini düzenleyelim.

$$x^2 - y^2 = 4 \Rightarrow (x - y)(x + y) = 4$$

1

$$\Rightarrow x - y = 4 \text{ olur.}$$

$$+ x + y = 1 \text{ idi.}$$

$$2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

Bunu (**) denkleminde yazalım.

$$x + y = 1 \Rightarrow \frac{5}{2} + y = 1 \Rightarrow y = 1 - \frac{5}{2} \Rightarrow y = -\frac{3}{2} \text{ olur.}$$

Buna göre, ÇK = $\left\{\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)\right\}$ olur.

Örnek - 3

$$4x^2 - y^2 = 48$$

$$2x - y = 4$$

sistemi çözelim.

Çözüm

$$4x^2 - y^2 = 48 \quad (*)$$

$$2x - y = 4 \quad (**)$$

(*) denklemini düzenleyelim.

$$4x^2 - y^2 = 48 \Rightarrow (2x)^2 - (y)^2 = 48 \Rightarrow (2x - y)(2x + y) = 48$$

4

$$\Rightarrow 2x + y = 12 \text{ olur.}$$

$$+ 2x - y = 4 \text{ idi}$$

$$4x = 16 \Rightarrow x = 4$$

Bu değeri (**) denkleminde yazalım.

$$2x - y = 4 \Rightarrow 2 \cdot 4 - y = 4 \Rightarrow y = 4 \text{ olur.}$$

Buna göre, ÇK = {(4, 4)} bulunur.

Örnek - 4

$$\begin{aligned}x + y &= -1 \\x^2 + y^2 &= 5\end{aligned}$$

sistemini çözelim.

Çözüm

$$\begin{aligned}x + y &= -1 \quad (\star) \\x^2 + y^2 &= 5 \quad (\star\star)\end{aligned}$$

($\star$) denkleminde $y = -1 - x$ olur.

Bunu ($\star\star$) denkleminde yazalım.

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 5 \Rightarrow x^2 + (-1 - x)^2 = 5 \\&\Rightarrow x^2 + (1 + 2x + x^2) = 5 \\&\Rightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0 \\&\Rightarrow 2(x + 2)(x - 1) = 0 \\&\Rightarrow x = -2 \text{ veya } x = 1\end{aligned}$$

Bu değerleri ($\star$) da yazalım.

$$\begin{aligned}x = -2 &\Rightarrow -2 + y = -1 \Rightarrow y = 1 \rightarrow (-2, 1) \\x = 1 &\Rightarrow 1 + y = -1 \Rightarrow y = -2 \rightarrow (1, -2)\end{aligned}$$

Buna göre, $\text{ÇK} = \{(-2, 1), (1, -2)\}$ olur.

Örnek - 5

$$\begin{aligned}2x - y &= 3 \\2x^2 - 3y^2 &= -1\end{aligned}$$

sistemini çözelim.

Çözüm

$$\begin{aligned}2x - y &= 3 \quad (\star) \\2x^2 - 3y^2 &= -1 \quad (\star\star)\end{aligned}$$

($\star$) denkleminde $y = 2x - 3$ olur.

Bunu ($\star\star$) denkleminde yazalım.

$$\begin{aligned}2x^2 - 3y^2 &= -1 \Rightarrow 2x^2 - 3(2x - 3)^2 = -1 \\&\Rightarrow 2x^2 - 3(4x^2 - 12x + 9) = -1 \\&\Rightarrow 2x^2 - 12x^2 + 36x - 27 = -1 \\&\Rightarrow -10x^2 + 36x - 26 = 0 \quad (-2 \text{ ye bölelim.})\end{aligned}$$

$$5x^2 - 18x + 13 = 0$$

$$\begin{array}{r}5x \quad -13 = -13x \\x \quad -1 = -5x \\+ \\-18x\end{array}$$

$$\Rightarrow (5x - 13)(x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{13}{5} \text{ veya } x = 1$$

Şimdi bu değerleri ($\star$) da yazalım.

$$2x - y = 3$$

$$x = \frac{13}{5} \Rightarrow 2 \cdot \frac{13}{5} - y = 3 \Rightarrow y = \frac{11}{5} \rightarrow \left(\frac{13}{5}, \frac{11}{5}\right)$$

$$x = 1 \Rightarrow 2 \cdot 1 - y = 3 \Rightarrow y = -1 \rightarrow (1, -1)$$

Buna göre, $\text{ÇK} = \left\{(1, -1), \left(\frac{13}{5}, \frac{11}{5}\right)\right\}$ olur.

Örnek - 6

$$\begin{aligned}2x - y &= 1 \\(x - y)^2 - 3(x - y) + 2 &= 0\end{aligned}$$

sistemini çözelim.

Çözüm

$$\begin{aligned}2x - y &= 1 \quad (\star) \\(x - y)^2 - 3(x - y) + 2 &= 0 \quad (\star\star)\end{aligned}$$

($\star$) $2x - y = 1 \Rightarrow x + x - y = 1 \Rightarrow x - y = 1 - x$ olur.

Bunu ($\star\star$) denkleminde yazalım.

$$\begin{aligned}(x - y)^2 - 3(x - y) + 2 &= 0 \Rightarrow 1 - 2x + x^2 - 3 + 3x + 2 = 0 \\&\quad \underbrace{1 - x} \quad \underbrace{1 - x}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ veya } x = -1$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -1 \rightarrow (0, -1)$$

$$x = -1 \Rightarrow y = -3 \rightarrow (-1, -3)$$

Buna göre, $\text{ÇK} = \{(0, -1), (-1, -3)\}$ olur.

1. $y = x - 1$
 $x \cdot y = 6$

sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(-1, -2), (0, -1)\}$ B) $\{(-1, -2), (1, 2)\}$
C) $\{(2, 3), (3, 4)\}$ D) $\{(-2, -3), (3, 2)\}$
E) $\{(3, 2), (4, 3)\}$

2. $y = x + 1$
 $x + y^2 = 19$

sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(3, 4), (-5, -4)\}$ B) $\{(2, 3), (3, 4)\}$
C) $\{(-6, -5), (2, 3)\}$ D) $\{(-6, -5), (3, 4)\}$
E) $\{(3, 4), (4, 5)\}$

3. $y = 1 - x$
 $y + x^2 = 3$

sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(2, 1), (1, 0)\}$ B) $\{(-2, 3), (1, 0)\}$
C) $\{(-1, 2), (1, 0)\}$ D) $\{(1, 0), (0, 1)\}$
E) $\{(2, -1), (-1, 2)\}$

4. $y = \frac{x+1}{2}$
 $x \cdot y + x = 9$

sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\left(-6, -\frac{5}{2}\right), (3, 2)\right\}$ B) $\left\{(3, 2), \left(4, \frac{5}{2}\right)\right\}$
C) $\{(3, 2), (1, 1)\}$ D) $\{(3, 2), (5, 3)\}$
E) $\left\{\left(-6, -\frac{5}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)\right\}$

5. $y = 2x - 1$
 $x^2 + y^2 = \frac{25}{4}$

sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\left(\frac{3}{2}, 2\right), \left(\frac{1}{2}, 0\right)\right\}$ B) $\left\{\left(-\frac{7}{10}, -\frac{12}{5}\right), \left(\frac{1}{2}, -2\right)\right\}$
C) $\left\{\left(\frac{3}{2}, 2\right), \left(-\frac{7}{10}, -\frac{12}{5}\right)\right\}$ D) $\left\{\left(\frac{1}{2}, -2\right), \left(\frac{1}{2}, 0\right)\right\}$
E) $\left\{(1, 1), \left(\frac{1}{2}, 0\right)\right\}$

6. $y = 1 + x$
 $x^2 + y^2 - xy = \frac{7}{4}$

sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right), (1, 2)\right\}$ B) $\left\{\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)\right\}$
C) $\left\{\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)\right\}$ D) $\left\{\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)\right\}$
E) $\left\{\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right), (-1, 0)\right\}$

7. $x + y = 2$
 $x \cdot y + 2 = y$

sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(-1, 3), (1, 1)\}$ B) $\{(-4, 6), (1, 1)\}$
C) $\{(0, 2), (3, -1)\}$ D) $\{(3, -1), (1, 1)\}$
E) $\{(0, 2), (-1, 3)\}$

8. $y + 2x - 3 = 0$
 $x^2 + xy + y^2 = 3$

sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(2, -1), (0, 3)\}$ B) $\{(0, 3), (1, 1)\}$
C) $\{(2, -1), (-2, 7)\}$ D) $\{(-2, 7), (1, 1)\}$
E) $\{(2, -1), (1, 1)\}$

9. $4x^2 - y^2 = 2$
 $2x - y = 1$

sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)\right\}$ B) $\left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right)\right\}$ C) $\left\{\left(\frac{3}{2}, 2\right)\right\}$
D) $\{(2, 3)\}$ E) $\{(-1, -3)\}$

10. $x^2 - 4xy + 4y^2 = 1$
 $x + 2y = 4$

sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4}\right), \left(\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\right)\right\}$ B) $\left\{\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4}\right), \left(\frac{5}{2}, \frac{3}{4}\right)\right\}$
C) $\left\{\left(3, \frac{1}{2}\right), (4, 0)\right\}$ D) $\left\{\left(3, \frac{1}{2}\right), \left(1, \frac{3}{2}\right)\right\}$
E) $\left\{(0, 2), \left(-1, \frac{5}{2}\right)\right\}$

11. Toplamları $\frac{3}{2}$, çarpımları $\frac{1}{2}$ olan gerçel sayı ikililerinin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\left(-\frac{1}{2}, 2\right), \left(\frac{1}{2}, 2\right)\right\}$ B) $\left\{\left(-\frac{3}{2}, 0\right), \left(1, \frac{1}{2}\right)\right\}$
C) $\left\{\left(1, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, 1\right)\right\}$ D) $\left\{\left(-\frac{1}{2}, 2\right), \left(2, -\frac{1}{2}\right)\right\}$
E) $\left\{\left(-\frac{1}{2}, -1\right), \left(-1, -\frac{1}{2}\right)\right\}$

12. $x^2 + 4y^2 = 20$
 $y^2 - x = 2$

sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(2, 2), (-2, -2)\}$ B) $\{(0, \sqrt{2}), (0, -\sqrt{2})\}$
C) $\{(1, \sqrt{3}), (1, -\sqrt{3})\}$ D) $\{(2, 2), (2, -2)\}$
E) $\{(3, \sqrt{5}), (3, -\sqrt{5})\}$

1. $x^2 + 2x \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -2]$ B) $[-2, 0]$ C) $[0, \infty)$
D) $[-2, \infty)$ E) $(-\infty, 0]$

2. $3x - x^2 > 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(0, 3)$ B) $(-\infty, 0)$ C) $(-\infty, 3)$
D) $(0, \infty)$ E) $(3, \infty)$

3. $\frac{2x-1}{4+x} < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left[-4, \frac{1}{2}\right]$ B) $\left(-4, -\frac{1}{2}\right]$ C) $\left(-4, \frac{1}{2}\right)$
D) $(-\infty, -4)$ E) $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

4. $\frac{x}{1-x} \geq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[0, 1]$ B) $(0, 1]$ C) $(0, 1)$
D) $\{0, 1\}$ E) $[0, 1)$

5. $(2x+1)^2 \cdot (2x-1) < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ B) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ C) $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$
D) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right) - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ E) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

6. $(x+3) \cdot (x^2-9) \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 3)$ B) $(-\infty, -3)$ C) $(-3, 3)$
D) $(-\infty, 3]$ E) $[-3, 3]$

7. $\frac{(3x-1)}{(x+1)^2} \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -1)$ B) $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right] - \{-1\}$ C) $(-\infty, -1)$
D) $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right) - \{-1\}$ E) $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right]$

8. $\frac{(x-2)}{x^2-4} \geq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, 2)$ B) $(-2, \infty)$ C) $[-2, 2]$
D) $(2, \infty)$ E) $(-2, \infty) - \{2\}$

9. $(x+1)(x-3)(x-5)(x-7) \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

10. $(4-x)^2(3+x)(1-x) > 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-3, 1)$ B) $(1, \infty)$ C) $(4, \infty)$
D) $(1, 4)$ E) $[1, 4]$

11. $(x^2-1)(x^2-4) < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-1, 1)$ B) $(-2, 2)$ C) $(-2, 1) \cup (1, 2)$
D) $(-1, 1) \cup (1, 2)$ E) $(-2, -1) \cup (1, 2)$

12. $(x^2-9)(1-x^2) \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayıları kaç tanedir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ÜNİTE 2

ÇÖZÜMLERİ

Test - 1

Çözüm 1

$y = x - 1$ ifadesini diğer eşitlikte yazalım.

$$x \cdot y = 6 \Rightarrow x \cdot (x - 1) = 6 \Rightarrow x^2 - x = 6$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ veya } x = -2 \text{ dir.}$$

Bu değerleri $y = x - 1$ eşitliğinde yazalım.

$$x = 3 \Rightarrow y = 3 - 1 \Rightarrow y = 2 \rightarrow (3, 2)$$

$$x = -2 \Rightarrow y = -2 - 1 \Rightarrow y = -3 \rightarrow (-2, -3)$$

$$\text{ÇK} = \{(-2, -3), (3, 2)\} \text{ olur.}$$

Cevap D

Çözüm 2

$y = x + 1$ ifadesini diğer eşitlikte yazalım.

$$x + y^2 = 19 \Rightarrow x + (x + 1)^2 = 19$$

$$\Rightarrow x + (x^2 + 2x + 1) = 19 \Rightarrow x^2 + 3x - 18 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 6) \cdot (x - 3) = 0 \Rightarrow x = -6 \text{ veya } x = 3$$

Bu değerleri $y = x + 1$ eşitliğine yazalım.

$$x = -6 \Rightarrow y = -6 + 1 \Rightarrow y = -5 \rightarrow (-6, -5)$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 3 + 1 \Rightarrow y = 4 \rightarrow (3, 4)$$

$$\text{ÇK} = \{(-6, -5), (3, 4)\}$$

Cevap D

Çözüm 3

$y = 1 - x$ ifadesini diğer eşitlikte yazalım.

$$y + x^2 = 3 \Rightarrow 1 - x + x^2 = 3$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = -1$$

Bu değerleri $y = 1 - x$ eşitliğine yazalım.

$$x = 2 \Rightarrow y = 1 - 2 \Rightarrow y = -1 \rightarrow (2, -1)$$

$$x = -1 \Rightarrow y = 1 - (-1) \Rightarrow y = 2 \rightarrow (-1, 2)$$

$$\text{ÇK} = \{(2, -1), (-1, 2)\}$$

Cevap E

Çözüm 4

$y = \frac{x + 1}{2}$ ifadesini diğer eşitliğe yazalım.

$$x \cdot y + x = 9 \Rightarrow x \cdot \left(\frac{x + 1}{2}\right) + x = 9$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + x}{2} + x = 9 \Rightarrow \frac{x^2 + 3x}{2} = 9$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 18 = 0 \Rightarrow (x + 6)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = -6 \text{ veya } x = 3$$

Bu değerleri $y = \frac{x + 1}{2}$ de yazalım.

$$x = -6 \Rightarrow y = \frac{-6 + 1}{2} \Rightarrow y = -\frac{5}{2} \rightarrow \left(-6, -\frac{5}{2}\right)$$

$$x = 3 \Rightarrow y = \frac{3 + 1}{2} \Rightarrow y = 2 \rightarrow (3, 2)$$

$$\text{ÇK} = \left\{\left(-6, -\frac{5}{2}\right), (3, 2)\right\} \text{ bulunur.}$$

Cevap A

Çözüm 5

$y = 2x - 1$ ifadesini diğer eşitlikte yazalım.

$$x^2 + y^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow x^2 + (2x - 1)^2 = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 + (4x^2 - 4x + 1) = \frac{25}{4} \Rightarrow 5x^2 - 4x + 1 = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow 20x^2 - 16x + 4 = 25 \Rightarrow 20x^2 - 16x - 21 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad -3 = -30x \\ 10x \quad 7 = 14x \\ + \\ -16x \end{array}$$

$$\Rightarrow (2x - 3)(10x + 7) = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ veya } x = -\frac{7}{10} \text{ olur.}$$

Bu değerleri $y = 2x - 1$ eşitliğine yazalım.

$$x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = 2 \cdot \frac{3}{2} - 1 \Rightarrow y = 2 \rightarrow \left(\frac{3}{2}, 2\right)$$

$$x = -\frac{7}{10} \Rightarrow y = 2 \cdot \left(-\frac{7}{10}\right) - 1 \Rightarrow y = -\frac{12}{5} \rightarrow \left(-\frac{7}{10}, -\frac{12}{5}\right)$$

$$\text{ÇK} = \left\{\left(\frac{3}{2}, 2\right), \left(-\frac{7}{10}, -\frac{12}{5}\right)\right\} \text{ bulunur.}$$

Cevap C

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 6

$y = 1 + x$ ifadesini diğer eşitlikte yazalım.

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - xy &= \frac{7}{4} \Rightarrow x^2 + (1+x)^2 - x \cdot (1+x) = \frac{7}{4} \\ \Rightarrow x^2 + (1+2x+x^2) - x - x^2 &= \frac{7}{4} \Rightarrow x^2 + x + 1 = \frac{7}{4} \\ \Rightarrow 4x^2 + 4x + 4 &= 7 \Rightarrow 4x^2 + 4x - 3 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ 2x \quad 3 \\ 2x \quad -1 \end{array}$$

$$\Rightarrow (2x+3)(2x-1) = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ veya } x = \frac{1}{2}$$

Bu değerleri $y = 1 + x$ eşitliğinde yazalım.

$$x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = 1 + \left(-\frac{3}{2}\right) \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \rightarrow \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2} \rightarrow \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{ÇK} = \left\{ \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \right\} \text{ bulunur.}$$

Cevap B

Çözüm 8

$$y + 2x - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 - 2x \text{ olur.}$$

Bunu diğer eşitliğe yazalım.

$$\begin{aligned} x^2 + xy + y^2 &= 3 \Rightarrow x^2 + x \cdot (3 - 2x) + (3 - 2x)^2 = 3 \\ \Rightarrow x^2 + 3x - 2x^2 + (9 - 12x + 4x^2) &= 3 \\ \Rightarrow 3x^2 - 9x + 6 &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-2) \cdot (x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = 1 \text{ olur.}$$

Bu değerleri $y = 3 - 2x$ eşitliğine yazalım.

$$x = 2 \Rightarrow y = 3 - 2 \cdot 2 \Rightarrow y = -1 \rightarrow (2, -1)$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 3 - 2 \cdot 1 \Rightarrow y = 1 \rightarrow (1, 1)$$

$$\text{ÇK} = \{(2, -1), (1, 1)\}$$

Cevap E

Çözüm 7

$$x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - x \text{ olur.}$$

Bunu diğer eşitliğe yazalım.

$$\begin{aligned} x \cdot y + 2 &= y \Rightarrow x \cdot (2 - x) + 2 = 2 - x \\ \Rightarrow 2x - x^2 + 2 &= 2 - x \Rightarrow -x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \\ \Rightarrow x(x-3) &= 0 \Rightarrow x = 0 \text{ veya } x = 3 \end{aligned}$$

Bu değerleri $y = 2 - x$ eşitliğine yazalım.

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \rightarrow (0, 2)$$

$$x = 3 \Rightarrow y = -1 \rightarrow (3, -1)$$

$$\text{ÇK} = \{(0, 2), (3, -1)\}$$

Cevap C

Çözüm 9

1. yol:

$$2x - y = 1 \Rightarrow y = 2x - 1$$

Bunu diğer eşitlikte yazalım.

$$\begin{aligned} 4x^2 - y^2 &= 2 \Rightarrow 4x^2 - (2x - 1)^2 = 2 \\ \Rightarrow 4x^2 - (4x^2 - 4x + 1) &= 2 \\ \Rightarrow 4x - 1 &= 2 \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Bu değeri $y = 2x - 1$ eşitliğine yazalım.

$$x = \frac{3}{4} \Rightarrow y = 2 \cdot \frac{3}{4} - 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \rightarrow \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{ÇK} = \left\{ \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right) \right\} \text{ bulunur.}$$

2. yol:

$$4x^2 - y^2 = 2 \Rightarrow (2x)^2 - (y)^2 = 2 \Rightarrow \underbrace{(2x - y)}_1 (2x + y) = 2$$

$$\Rightarrow 2x + y = 2 \text{ olur.}$$

$$\begin{array}{r} + \quad 2x - y = 1 \text{ idi} \\ \hline 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \text{ olur.} \end{array}$$

$$\text{Buradan } \text{ÇK} = \left\{ \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right) \right\} \text{ bulunur.}$$

Cevap A

Çözüm 10

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 1 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot 2y + (2y)^2 = 1 \Rightarrow (x - 2y)^2 = 1$$

$$(x - 2y) = 1 \quad \text{veya} \quad x - 2y = -1$$

$$+ \quad x + 2y = 4 \quad \text{idi}$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$y = \frac{3}{4}$$

$$\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{4} \right)$$

$$+ \quad x + 2y = 4 \quad \text{idi}$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{5}{4}$$

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4} \right)$$

$$\text{ÇK} = \left\{ \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4} \right), \left(\frac{5}{2}, \frac{3}{4} \right) \right\}$$

Cevap B

Çözüm 12

$$y^2 - x = 2 \Rightarrow y^2 = 2 + x$$

Bunu diğer eşitlikte yazalım.

$$x^2 + 4y^2 = 20 \Rightarrow x^2 + 4(2 + x) = 20$$

$$\Rightarrow x^2 + 8 + 4x = 20 \Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 6)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = -6 \quad \text{veya} \quad x = 2$$

Bu değerleri $y^2 = 2 + x$ eşitliğine yazalım.

$$x = -6 \Rightarrow y^2 = -4 \rightarrow \emptyset$$

$$x = 2 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \rightarrow (2, 2) \\ y = -2 \rightarrow (2, -2) \end{cases}$$

$$\text{ÇK} = \{(2, 2), (2, -2)\} \text{ olur.}$$

Cevap D

Çözüm 11

Bu sayılar x ile y olsun.

$$x + y = \frac{3}{2} \quad \text{ve} \quad x \cdot y = \frac{1}{2} \quad \text{olur.}$$

$$x + y = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2} - x \quad \text{tir.}$$

Bunu diğer eşitliğe yazalım.

$$x \cdot y = \frac{1}{2} \Rightarrow x \cdot \left(\frac{3}{2} - x \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3x}{2} - x^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3x - 2x^2}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3x - 2x^2 = 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad \text{veya} \quad x = 1 \quad \text{olur.}$$

Bu değerleri $y = \frac{3}{2} - x$ eşitliğine yazalım.

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 1 \rightarrow \left(\frac{1}{2}, 1 \right)$$

$$x = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \rightarrow \left(1, \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{ÇK} = \left\{ \left(1, \frac{1}{2} \right), \left(\frac{1}{2}, 1 \right) \right\}$$

Cevap C

Test - 2

Çözüm 1

$$x^2 + 2x \leq 0$$

$$x(x + 2) \leq 0$$

$$(+x)(+x+2) \rightarrow (+) \cdot (+) = +$$

$$\text{Kökler } x = 0 \quad \text{ve} \quad x = -2$$

x	-2	0
x(x+2)	+	-
		+

ÇK

$$\text{ÇK} = [-2, 0] \text{ bulunur.}$$

Cevap B

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 2

$3x - x^2 > 0$
Pozitif yerler
Kökler dahil değil

$$x(3 - x) > 0$$

$$(+x)(3 - x) \rightarrow (+) \cdot (-) = -$$

Kökler $x = 0$ ve $x = 3$

x	0	3
$x(3 - x)$	-	+

ÇK

ÇK = (0, 3) bulunur.

Cevap A

Çözüm 4

$\frac{x}{1 - x} \geq 0$
Pozitif yerler, kökler dahil
Paydanın asla!

$$x = 0$$

$$1 - x = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$\frac{+x}{1 - x} \rightarrow \frac{+}{-} = -$$

Tablo yapalım

x	0	1
$\frac{x}{1 - x}$	-	+

ÇK

ÇK = [0, 1) bulunur.

Cevap E

Çözüm 3

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$4 + x = 0 \Rightarrow x = -4$$

$$\frac{+2x - 1}{4 + x} \rightarrow \frac{+}{+} = +$$

Tablo yapalım.

x	-4	$\frac{1}{2}$
$\frac{2x - 1}{4 + x}$	+	-

ÇK

ÇK = $\left(-4, \frac{1}{2}\right)$ bulunur.

Cevap C

Çözüm 5

$(2x + 1)^2 \cdot (2x - 1) < 0$
Negatif yerler
Kökler dahil değil

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ (Ç)}$$

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$(+2x + 1)^2 \cdot (+2x - 1) \rightarrow (+)^2 \cdot (+) = +$$

x	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$(2x + 1)^2 \cdot (2x - 1)$	-	-

(ÇK)₁ (ÇK)₂

ÇK = $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right) - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ bulunur.

Cevap D

ÜNİTE 3

OLASILIK



Bilgi

Temel olasılık formülü

A'nın olma olasılığı $P(A) = \frac{\text{İstenen durumların sayısı}}{\text{Mümkün tüm durumların sayısı}}$

Dikkat

A'nın olmama olasılığı $P(A')$ olmak üzere,

$$P(A) + P(A') = 1 \text{ dir.}$$

Örneğin

Bir zar atıldığında,

Tüm durumlar = $\{ \underbrace{1, 2, 3, 4, 5, 6}_{1 \text{ gelmesi} \quad 1 \text{ gelmemesi}} \}$

$$P(1 \text{ gelmesi}) = \frac{1}{6}$$

$$P(1 \text{ gelmemesi}) = \frac{5}{6}$$

$$+ \quad P(1 \text{ gelmesi}) + P(1 \text{ gelmemesi}) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1 \text{ olur.}$$

Bilgi

Mümkün tüm sonuçlar A, B ve C olsun.

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \text{ olur.}$$

Örneğin

A ve B adaylarının katıldığı bir sınıf başkanlığı yarışında A'nın seçilme olasılığı $\frac{5}{12}$ olduğuna göre, B'nin seçilme olasılığını şöyle buluruz.

A ve B den başkası sınıf başkanı olamayacağına göre,

$$P(A) + P(B) = 1$$

$$\frac{5}{12} + P(B) = 1 \Rightarrow P(B) = \frac{7}{12} \text{ olur.}$$

Bilgi

$$P(A \text{ veya } B) = P(A \cup B)$$

$$P(A \text{ ve } B) = P(A \cap B) \text{ olmak üzere,}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ olur.}$$

Bilgi

A ile B bağımsız (birbirini etkilemeyen) iki olay olduğunda

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{ olur.}$$

Örneğin

Bir zar ve bir madeni para atıldığında,

Zarın çift **ve** paranın tura gelmesi olasılığı



$$P(\underbrace{\text{Ç}}_{\frac{3}{6}} \cap \underbrace{\text{T}}_{\frac{1}{2}}) = P(\text{Ç}) \cdot P(\text{T}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

Öyleyse

Zarın çift **veya** paranın tura olması olasılığı



$$P(\underbrace{\text{Ç}}_{\frac{3}{6}} \cup \underbrace{\text{T}}_{\frac{1}{2}}) = P(\text{Ç}) + P(\text{T}) - P(\text{Ç} \cap \text{T}) = \frac{3}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ bulunur.}$$

Uyarı

- Aynı deneyde kesişimleri boş küme olan olaylar "AYRIK OLAYLAR"dır.
- Farklı deneylerdeki olaylar "BAĞIMSIZ OLAYLAR"dır. Yani aynı deneydeki olayların bağımsız olması söz konusu değildir.

Örnek - 1

- a) Bir zar atıldığında
b) Bir para atıldığında
c) Bir para ve bir zar aynı anda atıldığında
oluşacak tüm durumları yazalım.

Çözüm

- a) {1, 2, 3, 4, 5, 6} yani 6 durum var.
b) {Yazı, Tura} yani 2 durum var.
c) {(1, Y), (1, T), (2, Y), (2, T), (3, Y), (3, T), (4, Y), (4, T), (5, Y), (5, T), (6, Y), (6, T)} yani 12 durum var.
Bunu şöyle de hesaplayabiliriz.
Bir zar atıldığında → 6 durum
Bir para atıldığında → 2 durum
Bir zar ve bir para birlikte atıldığında → $2 \cdot 6 = 12$ durum vardır.

Örnek - 2

Bir zar atıldığında

- a) Asal ve çift gelmesi olasılığını
b) Asal veya çift gelmesi olasılığını bulalım.

Çözüm

- a) Tüm sonuçlar = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
Asal sonuçlar {2, 3, 5} Çift sonuçlar {2, 4, 6}
Kesişimleri = {2}
Asal ve çift
İstenen olasılık = $P(A \cap C) = \frac{1}{6}$ olur.
b) $P(\text{Asal} \cup \text{Çift}) = P(\text{Asal}) + P(\text{Çift}) - P(\text{Asal} \cap \text{Çift})$
 $= \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ olur.

2. yol:

Tüm sonuçlar = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
İstenen sonuçlar (asal veya çiftler) = {2, 3, 4, 5, 6}
İstenen olasılık = $P(A \cup C) = \frac{5}{6}$ olur.

Örnek - 3

A, B ve C atlarının yarıştığı bir at yarışını,

$$A \text{ nin kazanma olasılığı} = P(A) = \frac{1}{2}$$

$$B \text{ nin kazanma olasılığı} = P(B) = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, C nin kazanma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Mümkün tüm sonuçların olasılıkları toplamı "1" dir.

$$A \text{ nin kazanması} + B \text{ nin kazanması} + C \text{ nin kazanması} = 1$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{1}{3} \quad P(C) = ?$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + P(C) = 1 \Rightarrow P(C) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \text{ bulunur.}$$

Örnek - 4

Ali ve Burak özdeş hedeflere ayrı ayrı atış yapıyorlar. Ali'nin hedefi vurma olasılığı $\frac{3}{4}$, Burak'ın hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{3}$ olduğuna göre,

- a) Ali'nin ve Burak'ın hedefleri vurması olasılığını,
b) Ali'nin veya Burak'ın hedeflerini vurması olasılığını bulalım.

Çözüm

- a) Ali'nin vurması (A) Burak'ın vurması (B)

Bağımsız olaylar

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

$$b) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{11}{12} \text{ olur.}$$

2. yol:

Ali veya Burak vursun istiyoruz. Öyleyse

$$(\text{Ali vurur}) \text{ ve } (\text{Burak vuramaz}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{12} \text{ veya}$$

$$(\text{Ali vuramaz}) \text{ ve } (\text{Burak vurur}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{12} \text{ veya}$$

$$(\text{Ali vurur}) \text{ ve } (\text{Burak vurur}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{12}$$

$$+ \\ P(A \text{ veya } B) = \frac{11}{12} \text{ bulunur.}$$

1. - 7. soruları aşağıdaki kümeye göre çözünüz.

$$R = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

1. Bu kümeden seçilen bir elemanın tek sayı olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

2. Bu kümeden seçilen bir elemanın çift sayı olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{8}{9}$

3. Bu kümeden seçilen bir elemanın asal sayı olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{7}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{1}{3}$

4. Bu kümeden seçilen bir elemanın 5 ten büyük olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{7}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{1}{3}$

5. Bu kümeden seçilen bir elemanın 6 dan küçük olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{9}$

6. Bu kümeden seçilen bir elemanın 5 ten büyük ve 7 den küçük olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{9}$

7. Bu kümeden seçilen bir elemanın 5 ten büyük veya 4 ten küçük olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{8}{9}$ B) $\frac{7}{9}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{4}{9}$

8. - 12. soruları aşağıdaki bilgiye göre çözünüz.



Betül



Murat

Betül ve Murat özdeş hedeflere birer atış yapıyor. Betül'ün hedefi vurması olasılığı $\frac{2}{5}$, Murat'ın hedefi vurması olasılığı $\frac{1}{3}$ tür.

10. Sadece birinin vurması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{7}{15}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{3}$

11. İkisinin de hedefi vurması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{1}{15}$

8. İkisinin de hedefi vuramaması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

12. Betül'ün veya Murat'ın hedefini vurması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{11}{15}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{8}{15}$

9. Sadece Betül'ün vurması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{1}{15}$

13. Bu iki atış sonunda Betül ile Murat'tan en az birinin hedefi vurmuş olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{2}{5}$

1. Bir deneyin örnek uzayı (mümkün tüm sonuçları)

$$E = \{a, b, c\}$$

şeklinde verilmiştir.

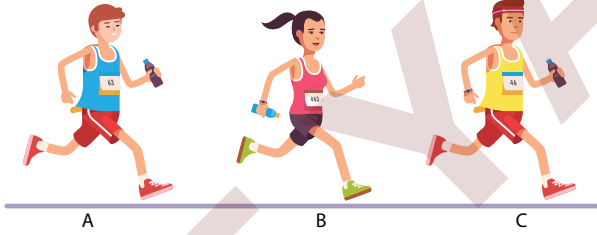
$$P(a) = \frac{1}{3}$$

$$P(b) = \frac{2}{5}$$

olduğuna göre, $P(c)$ kaçtır?

- A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

2.



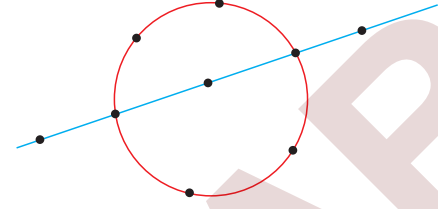
A, B ve C koşucularının katıldığı üç kişilik bir koşu yarışmasında,

- Yarışı A'nın kazanma olasılığı B'nin 2 katı
- Yarışı B'nin kazanma olasılığı C'nin 3 katı

olduğuna göre, bu yarışta A'nın kazanma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

3. - 5. soruları aşağıdaki bilgiye göre çözünüz.



Yukarıda bir çember, bir doğru ve dokuz nokta verilmiştir.

3. Rastgele seçilen bir noktanın sadece çembere ait olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{6}{9}$ D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{8}{9}$

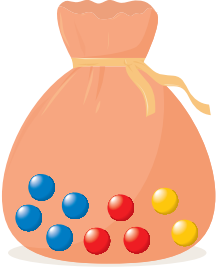
4. Rastgele seçilen bir noktanın hem çembere hem de doğruya ait olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{9}$

5. Rastgele seçilen bir noktanın doğru ve çemberden yalnız birine ait olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{7}{9}$

6. - 8. soruları aşağıdaki metne göre çözünüz.



Bir torbada 3 kırmızı, 2 sarı ve 4 mavi bilye vardır.

6. Bu torbadan rastgele seçilen bir bilyenin sarı renkli olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{5}{9}$

7. Bu torbadan rastgele seçilen bir bilyenin kırmızı olmama olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

8. Bu torbadan rastgele seçilen bir bilyenin kırmızı veya mavi olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{7}{9}$ D) $\frac{8}{9}$ E) $\frac{1}{2}$

9. - 11. soruları aşağıdaki metne göre çözünüz.

	Gözlüklü	Gözlüksüz
Kadın	10	2
Erkek	5	8

Yukarıdaki tabloda bir grupta bulunan kişilerin dağılımı gösterilmiştir.

9. Bu gruptan rastgele seçilen bir kişinin gözlüklü erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

10. Bu gruptan rastgele seçilen bir kişinin gözlüksüz veya kadın olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

11. Bu gruptan rastgele seçilen bir kişinin gözlüklü veya erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{23}{25}$ B) $\frac{22}{25}$ C) $\frac{21}{25}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{19}{25}$

Test - 1

Çözüm 1

$$R = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Uygun durumlar

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{4}{9} \text{ olur.}$$

Cevap C

Çözüm 2

$$R = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Uygun durumlar

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{5}{9} \text{ olur.}$$

Cevap B

Çözüm 3

$$R = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Uygun durumlar

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{4}{9} \text{ olur.}$$

Cevap D

Çözüm 4

$$R = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Uygun durumlar

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

Cevap E

Çözüm 5

$$R = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Uygun durumlar

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

Cevap A

Çözüm 6

$$R = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Burada 5 ten büyük ve 7 den küçük olan sadece "6" dır.

Buna göre,

$$5 \text{ ten büyük} \rightarrow 5^+$$

$$7 \text{ den küçük} \rightarrow 7^- \text{ olmak üzere,}$$

$$P(5^+ \cap 7^-) = \frac{1}{9} \text{ olur.}$$

{6}

Cevap E

Çözüm 7

$$5 \text{ ten büyük} \rightarrow 5^+$$

$$4 \text{ ten küçük} \rightarrow 4^- \text{ olmak üzere,}$$

$$P(5^+ \cup 4^-) = P(5^+) + P(4^-) - P(5^+ \cap 4^-)$$

$$= \frac{3}{9} + \frac{4}{9} - 0 = \frac{7}{9} \text{ olur.}$$

Uyarı: Kümede 5 ten büyük ve 4 ten küçük sayı olmadığından

$$P(5^+ \cap 4^-) = 0 \text{ olur.}$$

Cevap B

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 8

$$P(B^- \cap M^-) = P(B^-) \cdot P(M^-) = \left(1 - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \text{ olur.}$$

Cevap E

Çözüm 9

$$P(B^+ \cap M^-) = P(B^+) \cdot P(M^-) = \frac{2}{5} \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15} \text{ olur.}$$

Cevap B

Çözüm 10

$$[(B^+ \cap M^-) \text{ ve } (B^- \cap M^+)] \text{ veya } [(B^+ \cap M^+) \text{ ve } (B^- \cap M^-)]$$

$$P(B^+ \cap M^-) + P(B^- \cap M^+) = P(B^+) \cdot P(M^-) + P(B^-) \cdot P(M^+) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{15} \text{ bulunur.}$$

Cevap C

Çözüm 11

$$P(M^+ \cap B^+) = P(M^+) \cdot P(B^+) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15} \text{ olur.}$$

Bağımsız

Cevap D

Çözüm 12

$$P(M^+ \cup B^+) = P(M^+) + P(B^+) - P(M^+ \cap B^+)$$

11. soruda bulunmuştur

$$= \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{2}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \text{ olur.}$$

Cevap D

Çözüm 13

$$\text{İstenen olasılık} = 1 - (ikisi de vuramaması)$$

$$= 1 - P(B^- \cap M^-)$$

$$= 1 - \left[\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}\right] = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ olur.}$$

Cevap C

Test - 2

Çözüm 1

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1 \text{ olmalı.}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + P(c) = 1 \Rightarrow P(c) = \frac{4}{15} \text{ olur.}$$

Cevap C

Çözüm 2

Mümkün tüm sonuçlar:

A'nın kazanması

B'nin kazanması

C'nin kazanması olduğuna göre,

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \text{ olmalı}$$

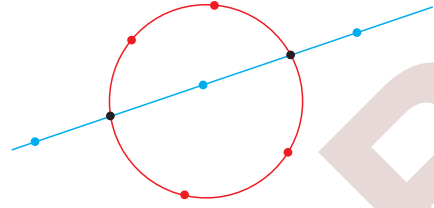
$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 6x & 3x & x \end{array}$$

$$\Rightarrow 10x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

$$P(A) = 6x = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \text{ olur.}$$

Cevap C

Çözüm 5



Sadece çembere ait olan $\rightarrow$ 4 tane (kırmızı noktalar)

Sadece doğruya ait olan $\rightarrow$ 3 tane (mavi noktalar)

Uygun nokta sayısı $\rightarrow 4 + 3 = 7$

İstenen olasılık $= \frac{4}{7}$ olur.

Cevap E

Çözüm 3

Sadece çembere ait 4 nokta vardır.

İstenen olasılık $= \frac{4}{9}$ olur.

Cevap A

Çözüm 6

$$P(B) = \frac{2}{3 + 2 + 4} = \frac{2}{9} \text{ olur.}$$

Cevap B

Çözüm 4

Hem çember, hem de doğruya ait 2 nokta vardır.

İstenen olasılık $= \frac{2}{9}$ olur.

Cevap E

Çözüm 7

$$P(K) = \frac{3}{3 + 2 + 4} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(K') = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

Cevap E

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 8

Çekilen bilye hem kırmızı ve hem mavi olamayacağı için

$P(K \cap M) = 0$ olur.

$$P(K \cup M) = P(K) + P(M) - P(K \cap M)$$

$$= \frac{3}{9} + \frac{4}{9} - 0 = \frac{7}{9} \text{ olur.}$$

Cevap C

Çözüm 9

	Gözlüklü	Gözlüksüz
Kadın	10	2
Erkek	5	8

↓
Uygun durumlar

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} \text{ olur.}$$

Cevap A

Çözüm 10

Gözlüklü $\rightarrow G^+$, Gözlüksüz $\rightarrow G^-$

Kadın $\rightarrow K$, Erkek $\rightarrow E$ olmak üzere,

$$P(G^- \cup K) = P(G^-) + P(K) - P(G^- \cap K)$$

$$= \frac{8+2}{25} + \frac{10+2}{25} - \frac{2}{25} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5} \text{ olur.}$$

Cevap B

Çözüm 11

Gözlüklü $\rightarrow G^+$, Gözlüksüz $\rightarrow G^-$

Kadın $\rightarrow K$, Erkek $\rightarrow E$ olmak üzere,

$$P(G^+ \cup E) = P(G^+) + P(E) - P(G^+ \cap E)$$

$$= \frac{10+5}{25} + \frac{8+5}{25} - \frac{5}{25} = \frac{23}{25} \text{ olur.}$$

Cevap A

Test - 3

Çözüm 1

10 nesneden 3 nesne seçiyoruz.

$$\text{Tüm durumların sayısı} = \binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

İstiyoruz ki üçü de kurşun kalem olsun.

Yani 6 tane arasından seçilsin.

$$\text{Uygun durumların sayısı} = \binom{6}{3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \text{ olur.}$$

Cevap B

Çözüm 2

Üçü de tükenmez

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1}}{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{1}{30} \text{ olur.}$$

Tüm durumlar

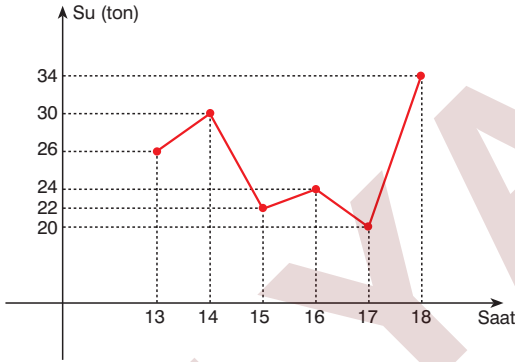
Cevap D

1.



Bir sulama havuzu 13:00 - 18:00 saatleri arasında kullanılmıştır. Bu havuza su dolduran musluk gerekli görüldüğünde görevli tarafından açılmış veya kapatılmıştır.

Aşağıdaki grafikte bu saatler arasında havuzdaki su miktarının doğrusal değişimi gösterilmiştir.



Buna göre,

- I. Bu süre içerisinde havuzda bulunan su miktarı saat 17:00 de en düşük değerine düşmüştür.
- II. 13:00 - 14:00 saatleri arasında musluktan havuza akan su miktarı, sulama için kullanılanlardan fazladır.
- III. Bu süre içinde havuzdaki su miktarı, başlangıçtaki üzerine çıkmamıştır.

yargılarından hangileri doğrudur?

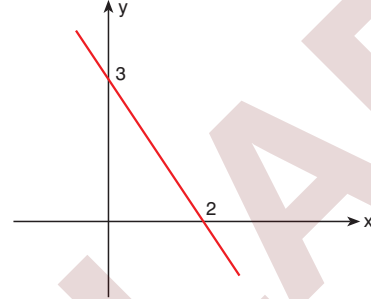
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

2.

“x eksenini a da; y eksenini b de kesen bir doğrunun denklemi

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ şeklindedir.}$$

Örneğin,



şeklinde verilen d doğrusunun denklemi $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ den

$$y = 3 - \frac{3x}{2} \text{ bulunur.}$$

Buna göre, $y = (x - 3)^2$ parabolünün eksenleri kestiği noktaları birleştiren doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 3 - x$ B) $y = 9 + 3x$ C) $y = 9 - 3x$
D) $y = 3 + x$ E) $y = 3 - 3x$

3.

f tek ve g çift fonksiyondur.

Buna göre,

- I. $f(x) = x^3 + 1$ olabilir.
- II. $g(x) = \cos x$ olabilir.
- III. f nin grafiği orijine göre, g nin grafiği y eksenine göre simetrik.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) II ve III

GENEL TARAMA

4. $f(x) = 2x^2 + 4x - 7$

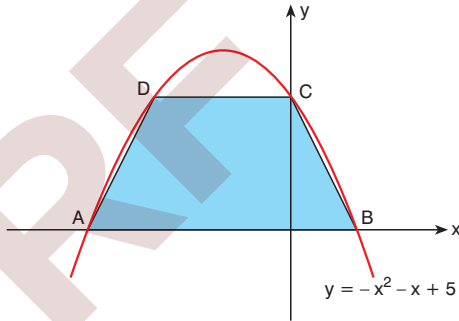
parabolü üzerindeki ordinatı apsisinin üç katı olan $(x, 3x)$ şeklindeki noktaların apsileri toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{7}{2}$ D) -2 E) -1

5. $5x + 10$ liraya alınan bir mal, $3x^2 - x + 20$ liraya satılırsa en az kaç lira kâr elde edilir?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

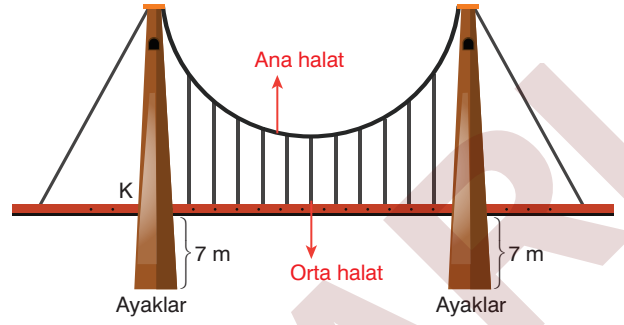
6. Aşağıda $y = -x^2 - x + 6$ parabolü ile köşeleri bu parabol üzerinde olan ABCD ikizkenar yamuğu verilmiştir.



Buna göre, ABCD yamuğunun alanı kaç birimkaredir?

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 14 E) 12

7.



Yukarıda görseli verilen köprünün ana halatının denklemi, K noktası orijin gibi düşünüldüğünde,

$$y = \frac{1}{80} (x - 40)^2 + 3$$

denklemini ile modellenebilmektedir.

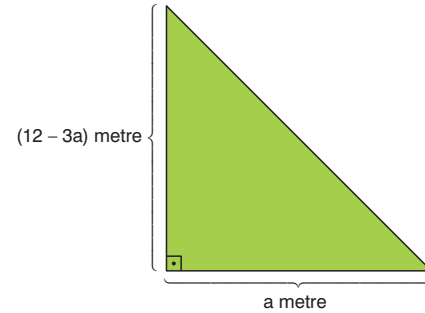
Buna göre,

- I. Köprünün her bir ayağı 30 metredir.
- II. Köprünün iki ayağı arası 80 metredir.
- III. Orta halat 3 metredir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) I, II ve III C) I ve III
D) II ve III E) Yalnız III

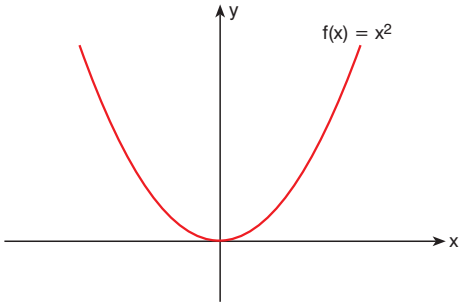
8.



Dik kenar uzunlukları şekildeki gibi olan, dik üçgen şeklindeki bir bahçenin alanı en çok kaç m^2 olur?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

1.



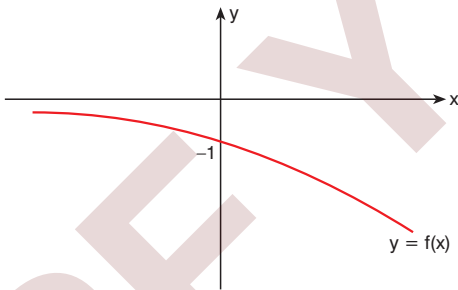
Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu ile ilgili olarak,

- I. Pozitif değerlidir.
- II. En küçük değeri "0" dır.
- III. $[-3, 0]$ aralığında değişim hızı negatif, $[0, 3]$ aralığında değişim hızı pozitiftir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) Yalnız III
- D) II ve III
- E) I, II ve III

2. Aşağıda $y = f(x)$ in grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = f^2(x)$ için söylenen,

- I. Pozitif değerlidir.
- II. Artandır.
- III. $x = 0$ daki değeri "1" dir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız III
- B) I ve II
- C) I ve III
- D) II ve III
- E) I, II ve III

3.

$$a + b = 10$$

$$a^2 - b^2 = 60$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 12
- B) 14
- C) 16
- D) 18
- E) 20

4.

$$2x - y = 10$$

$$4x^2 - y^2 = 40$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) 0
- D) $-\frac{5}{2}$
- E) $-\frac{3}{2}$

5.

$$x^2 - y^2 - 2xy = 2$$

$$x - y = 2$$

sistemi ile ilgili olarak,

- I. Çözüm kümesi iki elemanlıdır.
- II. x değerleri 3 ve 1 dir.
- III. y değerleri -1 ve 1 dir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) I, II ve III
- B) I ve II
- C) I ve III
- D) Yalnız II
- E) II ve III

GENEL TARAMA

6. $x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0$

$y^2 - x + 1 = 0$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

7. $x^2 + y^2 + xy = 3$

$x + y = 1$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

8. $x^2 + y^2 = 170$

$x \cdot y = -13$

olduğuna göre, $x + y$ nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

9. $y = x^2$

$y = x + 2$

denkleminin çözüm kümesi ile ilgili olarak,

I. İki elemanlıdır.

II. x lerin toplamı -1 dir.

III. y lerin toplamı 5 tir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) II ve III

10.

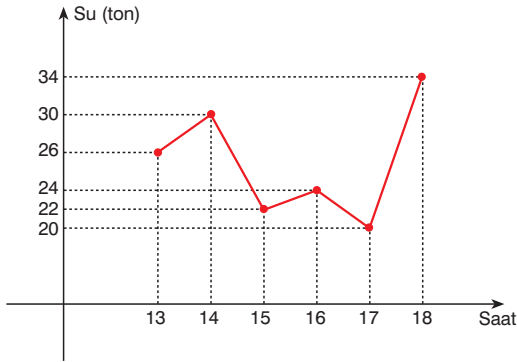


Yukarıda söylenenlere göre, Ayşe ile Bora'dan büyük olanı kaç yaşındadır?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

Test - 1

Çözüm 1



Grafiğe göre, havuzdaki su miktarı 20 ton ile saat 17:00 de en düşük seviyeye gelmiştir. (I doğru)

13:00-14:00 saatleri arasında grafik artandır. Yani bu saat diliminde su miktarı artmıştır. Öyle ise havuza akan su miktarı, sulama için kullanılanı fazladır. (II doğru)

Grafiğe göre başlangıçtaki su miktarı 26 tondur. Ancak saat 14:00 de ve saat 18:00 bu miktarın üzerine çıkmıştır. (III yanlış)

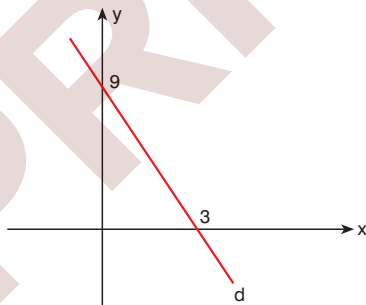
Cevap C

Çözüm 2

Önce $y = (x - 3)^2$ parabolünün eksenleri kestiği noktaları bulalım.

$$x = 0 \Rightarrow y = 9 \rightarrow (0, 9)$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 3 \rightarrow (3, 0)$$



Soruda verilen bilgi yardımıyla,

$$d: \frac{x}{3} + \frac{y}{9} = 1 \Rightarrow 3x + y = 9 \Rightarrow y = 9 - 3x \text{ olur.}$$

Cevap C

Çözüm 3

$$f(x) = x^3 + 1 \Rightarrow f(-x) = -x^3 + 1$$

$-f(x) = f(-x)$ olmadığından $f(x) = x^3 + 1$, tek fonksiyon değildir. (I yanlış)

$$g(x) = \cos x \Rightarrow g(-x) = \cos(-x) = \cos x$$

$g(x) = g(-x)$ olduğundan, $g(x) = \cos x$ çift fonksiyondur. (II doğru)

Tek fonksiyonların grafiği orijine göre simetriktr.

Çift fonksiyonların grafiği y- eksenine göre simetriktr. (III doğru)

Cevap E

Çözüm 4

$$y = 2x^2 + 4x - 7 \quad (x, 3x)$$

↓
y

y yerine 3x yazalım.

$$3x = 2x^2 + 4x - 7 \Rightarrow 2x^2 + x - 7 = 0$$

Bize bu denklemden gelecek x lerin toplamı sorulmuştur.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Cevap A

Çözüm 5

$$\text{Alış} = 5x + 10$$

$$\text{Satış} = 3x^2 - x + 20$$

$$\text{Kâr} = \text{satış} - \text{alış} = 3x^2 - x + 20 - (5x + 10) = 3x^2 - 6x + 10$$

$$\text{Kâr miktarı } K(x) = 3x^2 - 6x + 10$$

Parabolünün en küçük değerini yani tepe noktasının ordinatını bulmalıyız.

$$T(r, k) \text{ olsun.}$$

$$r = -\frac{(-6)}{2 \cdot 3} = 1$$

$$k = K(1) = 3 - 6 + 10 = 7 \text{ olur.}$$

Cevap D

GENEL TARAMA ÇÖZÜMLERİ

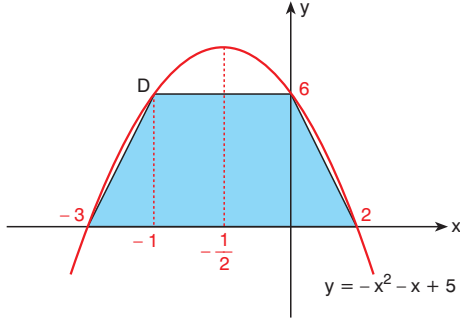
Çözüm 6

$$-x^2 - x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow x = -3 \text{ ve } x = 2 \text{ olur.}$$

Ayrıca $x = 0$ için $y = 6$ olur.

$$T(r, k) \Rightarrow r = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2}$$



$$A(ABCD) = \frac{(\text{Alt taban} + \text{üst taban}) \cdot \text{Yükseklik}}{2}$$

$$= \frac{(5 + 1) \cdot 6}{2} = 18 \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

Cevap A

Çözüm 8

$$\text{Alan} = \frac{(12 - 3a) \cdot a}{2} = \frac{12a - 3a^2}{2} = -\frac{3}{2}a^2 + 6a$$

Bunu kolları aşağı doğru olan bir parabol gibi düşünüp tepe noktasının ordinatını buluruz.

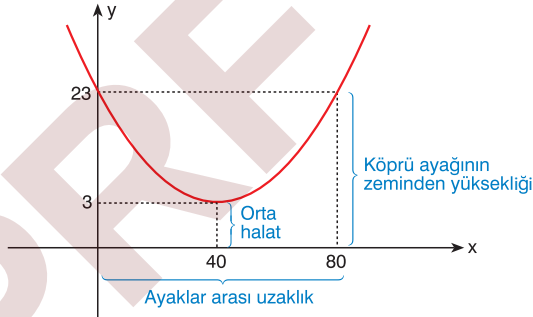
$$T(r, k) \Rightarrow r = -\frac{6}{2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)} = 2 \text{ olur.}$$

$$k = -\frac{3}{2} \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 = -6 + 12 = 6 \text{ bulunur.}$$

Cevap E

Çözüm 7

$$y = \frac{1}{80}(x - 40)^2 + 3 \rightarrow T(40, 3)$$



$$f(0) = f(80) = \frac{1600}{80} + 3 = 23 \text{ olur.}$$

Buna göre, her bir ayak $23 + 7 = 30$ metredir. (I doğru)

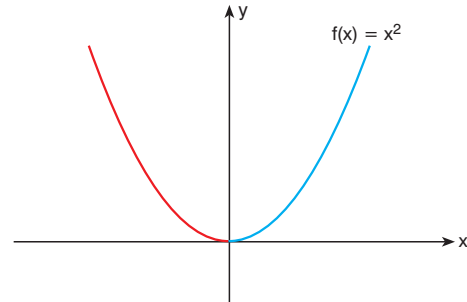
Ayaklar arası uzaklık 80 metredir. (II doğru)

Orta halat 3 metredir. (III doğru)

Cevap B

Test - 2

Çözüm 1



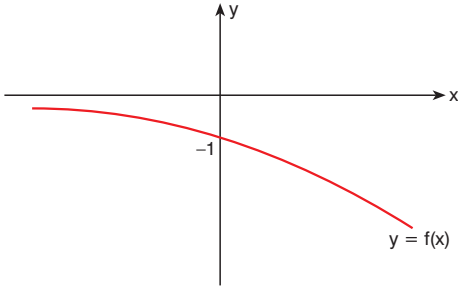
Tepe noktasının ordinatı en küçük değerdir. Tepe noktası (0, 0) olduğundan en küçük değer "0" olur. (II doğru)

Ayrıca tepe noktasındaki değer olan "0" pozitif değildir. Bu yüzden "pozitif değerlidir" denilemez. (I yanlış)

Grafiğin kırmızı yerleri azalan, mavi yerleri artandır. Grafiğin azalan olduğu aralıkta değişim hızı negatif, artan olduğu aralıkta değişim hızı pozitiftir. (III doğru)

Cevap D

Çözüm 2



Grafik negatif değerli ve azalandır. Buna uygun keyfi değerler yazalım.

x	-3	-2	-1	0	1	2	...
f(x)	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-3	...
f ² (x)	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	1	4	9	...

Görüldüğü gibi f²(x) pozitif değerli ve artan olur. (I ve II doğru)
Ayrıca f(0) = -1 ⇒ f²(0) = [f(0)]² = 1 olur. (III doğru)

Cevap E

Çözüm 3

$$a + b = 10$$

$$a^2 - b^2 = 60 \Rightarrow (a - b) \underbrace{(a + b)}_{10} = 60$$

$$\Rightarrow a - b = 6$$

$$+ \quad a + b = 10$$

$$2a = 16 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow b = 2$$

Bu durumda a · b = 16 olur.

Cevap C

Çözüm 4

$$2x - y = 10$$

$$4x^2 - y^2 = 40 \Rightarrow (2x)^2 - (y)^2 = 8 \Rightarrow \underbrace{(2x - y)(2x + y)}_{10} = 40$$

$$\Rightarrow 2x + y = 4 \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow 2x + y = 4$$

$$+ \quad 2x - y = 10$$

$$4x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} \Rightarrow y = 2x - 10 = 7 - 10 = -3$$

$$\text{Buna göre, } x + y = \frac{7}{2} - 3 = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Cevap B

Çözüm 5

$$x - y = 2 \Rightarrow x = y + 2$$

Bunu diğer denklemde yazalım.

$$x^2 - y^2 - 2xy = 2 \Rightarrow (y + 2)^2 - y^2 - 2(y + 2) \cdot y = 2$$

$$\Rightarrow y^2 + 4y + 4 - y^2 - 2y^2 - 4y = 2$$

$$\Rightarrow -2y^2 = -2 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \text{ olur.}$$

$$x - y = 2 \Rightarrow y = 1 \text{ için } x = 3$$

$$y = -1 \text{ için } x = 1 \text{ olur.}$$

Buna göre, Ç = {(3, 1), (1, -1)} dir.

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x & y & x & y \end{array}$$

Cevap A

Çözüm 6

$$y^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow y^2 = x - 1$$

Bunu diğer denkleme yazalım.

$$x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (x - 1) - 2x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, x = 1$$

$$y^2 = x - 1$$

$$x = 0 \Rightarrow y \text{ bulunamaz.}$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 0 \text{ olur.}$$

Cevap C

GENEL TARAMA ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 7

$$x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x$$

Bunu diğer denklemde yazalım.

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + xy = 3 &\Rightarrow x^2 + (1 - x)^2 + x \cdot (1 - x) = 3 \\ &\Rightarrow x^2 + 1 - 2x + x - x^2 + x - x^2 = 3 \\ &\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \\ &\Rightarrow x = 2, x = -1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$x + y = 1 \Rightarrow x = 2$ için $y = -1$, $x = -1$ için $y = 2$ olur.

Her iki durumda da $x \cdot y = -2$ dir.

Cevap E

Çözüm 8

$$x^2 + y^2 = 170 \Rightarrow (x + y)^2 - 2xy = 170 \text{ yazılabilir.}$$

$$x \cdot y = -13 \text{ ise}$$

$$\begin{aligned} (x + y)^2 - 2 \cdot (-13) = 170 &\Rightarrow (x + y)^2 = 144 \\ &\Rightarrow x + y = \pm 12 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Pozitif değer sorulduğundan $x + y = 12$ olur.

Cevap B

Çözüm 9

$y = x^2$ ve $y = x + 2$ için ortak çözüm yapalım.

$$x^2 = x + 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ ve } x = -1$$

Toplamları 1

$x = 2 \Rightarrow y = 4$ ve $x = -1$ ise $y = 1$ olur.

Yani y lerin toplamı da $4 + 1 = 5$ olur.

Bu durumda çözüm kümesi $\mathcal{C} = \{(2, 4), (-1, 1)\}$ olur.

Cevap D

Çözüm 10

Ayşe ile Bora'nın yaşları x ve y olsun. Verilenlere göre,

$$x + y = 29 \text{ ve } x^2 - y^2 = 87 \text{ olur.}$$

$$x^2 - y^2 = 87 \Rightarrow (x - y)(x + y) = 87$$

29

$$\Rightarrow x - y = 3$$

$$+ x + y = 29$$

$$2x = 32 \Rightarrow x = 16 \Rightarrow y = 13$$

Öyle ise büyük olan 16 yaşındadır.

Cevap A

Test - 3

Çözüm 1

$(x + 1)(x + 5) < (x + 1)$ eşitsizliğinin bir yanı "0" olmalıdır.

$$(x + 1)(x + 5) < (x + 1) \Rightarrow (x + 1)(x + 5 - 1) < 0$$

$$\Rightarrow (x + 1)(x + 4) < 0$$

$$x = -1 \quad x = -4$$

x	- 4		- 1
(x + 1)(x + 4)	+	-	+

ÇK

Buna göre, $x \in (-4, -1)$ olur.

Uyarı: Eşitsizliklerde değişken içeren çarpanlar sadeleştirilemez.

Cevap E

ÜNİTE 4

ÜSTEL VE LOGARİTMİK FONKSİYONLAR



ÜSLÜ İFADELERİN ÖZELLİKLERİ

- $x \neq 0 \Rightarrow x^0 = 1$ ($0^0 \rightarrow$ tanımsız)
- $(a^x)^y = a^{xy} = (a^y)^x$
- $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-x} = \left(\frac{b}{a}\right)^x$
- $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
- $a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$
- $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$
- $a \neq 0, a \neq 1, a \neq -1$ iken $a^x = a^y \Rightarrow x = y$
- $a^x = b^x \Rightarrow \begin{cases} a = b & ; x \text{ tek} \\ a = \pm b & ; x \text{ çift } (x \neq 0) \end{cases}$

ÜSTEL FONKSİYON

$y = 2^x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ gibi tabanı "1" den farklı pozitif reel sayı olan ifadeler üstel fonksiyon belirtirler.

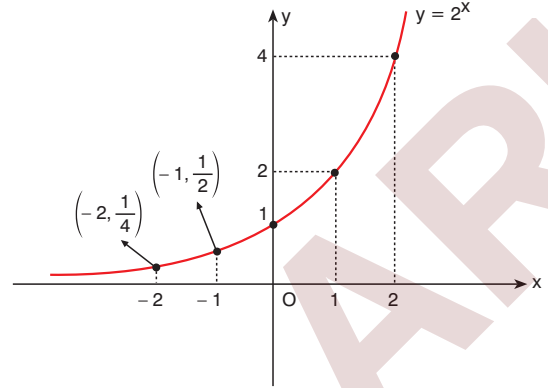
Örnek - 1

$y = 2^x$ ve $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ fonksiyonlarının grafiklerini çizerek $y = a^x$ üstel fonksiyonunun $0 < a < 1$ ve $a > 1$ koşullarında grafik tas-laklarını belirleyelim.

Çözüm

$y = 2^x$ in grafiğini çizelim.

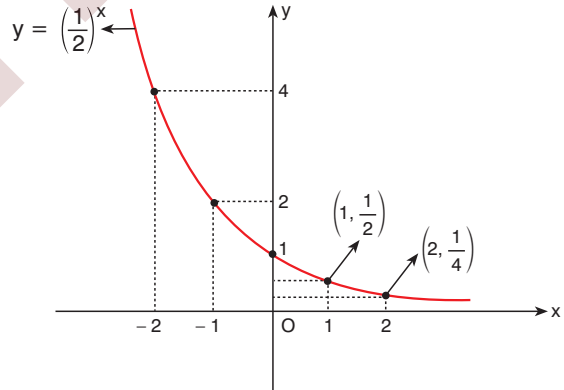
x	$-\infty$	$\dots$	-2	-1	0	1	2	$\dots$	∞
$y = 2^x$	$\dots$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	$\dots$		



$a > 1$ iken $y = a^x$ in grafiğı hep böyledir.

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ grafiğini çizelim.

x	$-\infty$	$\dots$	-2	-1	0	1	2	$\dots$	∞
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	$\dots$	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\dots$		



$0 < a < 1$ iken $y = a^x$ in grafiğı hep böyledir.

Bilgi

Yukarıda çizdiğimiz $y = 2^x$ ve $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ grafiklerinden de görüldüğü gibi

1. Üstel fonksiyon ($y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$) daima pozitif değerlidir. Bu durumda üstel fonksiyonun grafiğı x eksenı üzerindedir.

2. $y = a^x$ fonksiyonu

➤ $a > 1$ iken artan

➤ $0 < a < 1$ iken azalır.

Örnek - 2

$$[(4^0 + 2^{-1})^{-2}]^{-2}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} & [(4^0 + 2^{-1})^{-2}]^{-2} \\ & \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \text{çarp} \\ & \quad 1 \quad \frac{1}{2} \\ & = \left(1 + \frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek - 3

$$\frac{3^{x+1} + 3^x}{3^x}$$

ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{3^{x+1} + 3^x}{3^x} &= \frac{3^x \cdot 3^1 + 3^x}{3^x} \\ &= \frac{3^x(3^1 + 1)}{3^x} = 4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek - 4

$$f(x) = 3^{x-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$$

olduğuna göre, $f(1) + f(-1)$ toplamını bulalım.

Çözüm

$$f(1) = 3^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \text{ olur.}$$

$$f(-1) = 3^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{9} + 1 = \frac{10}{9} \text{ olur.}$$

$$\text{Öyleyse } f(1) + f(-1) = \frac{5}{4} + \frac{10}{9} = \frac{85}{36} \text{ bulunur.}$$

Örnek - 5

$$2^{x-5} = 32$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} 2^{x-5} = 32 &\Rightarrow 2^{x-5} = 2^5 \\ &\Rightarrow x - 5 = 5 \Rightarrow x = 10 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek - 6

Üstel fonksiyonlarla ilgili,

- I. $y = (\sqrt{2})^x$ fonksiyonu artandır.
- II. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$ fonksiyonu azalandır.
- III. $y = (-2)^x$ üstel fonksiyon değildir.

yargılarının doğruluğunu araştıralım.

Çözüm

- I. $a > 1$ iken $y = a^x$ artan idi.
Öyle ise $\sqrt{2} > 1$ olduğundan $y = (\sqrt{2})^x$ artan olur. (I. doğru)
- II. $0 < a < 1$ iken $y = a^x$ azalan idi.
Öyle ise $0 < \frac{1}{\sqrt{3}} < 1$ olduğundan $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$ azalandır.
(II. doğru)
- III. $y = a^x$ in üstel fonksiyon olması için $a > 0$ ve $a \neq 1$ olması gerekir.
 $-2 < 0$ olduğundan $y = (-2)^x$ üstel fonksiyon olamaz.
(III. doğru)

1. $2^x = 3$
 $2^y = 5$

olduğuna göre, 2^{x+y} kaçtır?

- A) 1 B) 3^5 C) 5^3 D) 10 E) 15

2. $3^x = 7$
 $3^y = 10$

olduğuna göre, 3^{x-y} kaçtır?

- A) $\frac{8}{10}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{6}{10}$ D) $\frac{5}{10}$ E) $\frac{4}{10}$

3. $2^x = 9$

olduğuna göre, x hangi aralıktadır?

- A) (1, 2) B) (2, 3) C) (3, 4)
D) (4, 5) E) (5, 6)

4. $5^x = 6$
 $7^y = 50$

olduğuna göre, $2x + 3y$ hangi aralıktadır?

- A) (6, 7) B) (7, 11) C) (8, 13)
D) (9, 15) E) (10, 20)

5. $2^a = 3$
 $3^b = 5$
 $5^c = 4$

olduğuna göre, $a \cdot b \cdot c$ kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. 9 tane 10'un çarpımı A
9 tane 10'un toplamı B

olduğuna göre, $\frac{A}{B}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{10^8}{9}$ B) $\frac{10^9}{9}$ C) 10^8 D) 10^9 E) $9 \cdot 10^8$

7. $3^{2x} \cdot (25)^x = (15)^3$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

8. $(15)^k = 16$

olduğuna göre, $3^{k-1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-k}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{19}{3}$ B) 6 C) $\frac{17}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) 5

9. $(2x - 1)^2 = 49$

olduğuna göre, x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) - 15 B) - 14 C) - 12 D) - 8 E) - 6

10. $3^{2x} = 16$

olduğuna göre, 27^x kaçtır?

- A) 125 B) 64 C) 48 D) 32 E) 27

11. $3^a - 3^{-b} \cdot (3^{a+b} - 3^b)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) - 1 B) 3^{a+b} C) 3^{a-b} D) 3^a E) 1

12. $2^x + 2^y = 8$

$2^x - 2^y = 6$

olduğuna göre, 2^{x+y} kaçtır?

- A) 13 B) 11 C) 7 D) 6 E) 5

13. $(0, 5)^x = k$

olduğuna göre, 4^{1-x} ifadesinin k türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(4k)^2$ B) k^2 C) $2k^2$ D) $3k^2$ E) $4k^2$

14. $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x-1} < \left(\frac{4}{9}\right)^{x+3}$

olduğuna göre, x in en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

15. $9^x \cdot 12^4 - 2^x = 162$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{11}{4}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{7}{4}$ E) 2

16. $(-3)^9$ un $\frac{1}{9}$ u kaçtır?

- A) -3^7 B) -3^6 C) -3^5
D) 3^6 E) 3^7

1. $y = (2m - 3)^x$

bir üstel fonksiyon olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $y = (3m - 5)^x$

artan bir üstel fonksiyon olduğuna göre, m hangi aralıktadır?

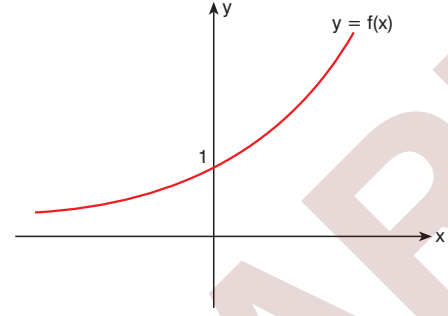
- A) $(0, \infty)$ B) $(0, \infty) - \{1\}$ C) $\left(\frac{5}{3}, \infty\right)$
D) $(2, \infty)$ E) $\left(\frac{5}{3}, \infty\right) - \{2\}$

3. $y = (1 - 3a)^x$

azalan bir üstel fonksiyon olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

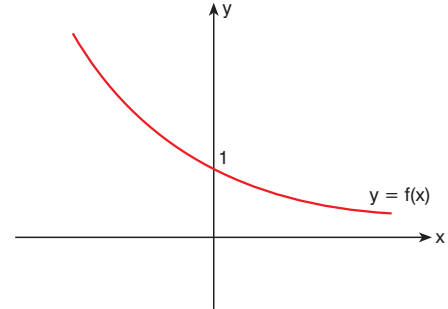
4.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $y = 5^{-x}$ B) $y = 4^{-x}$ C) $y = 3^{-x}$
D) $y = 2^{-x}$ E) $y = 2^x$

5.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $y = \left(\frac{3}{5}\right)^{-x}$ B) $y = 3^{-x}$ C) $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{-x}$
D) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ E) $y = (5)^x$

6. $y = (\sqrt{7})^x$

fonksiyonu ile ilgili olarak söylenen,

- I. Artandır.
- II. Negatif değerlidir.
- III. Grafiği x eksenini kesmez.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

7. $\sqrt{3} \cong 1,7$

olduğuna göre, $f(x) = (2\sqrt{3} - 3)^x$ fonksiyonu ile ilgili olarak söylenen,

- I. Azalandır.
- II. Negatif yapan x değerleri vardır.
- III. $f(x) = 0$ denklemi için $\mathbb{C} = \emptyset$ dir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

8. $f(x) = 3^x$

üstel fonksiyonu ile ilgili olarak söylenen,

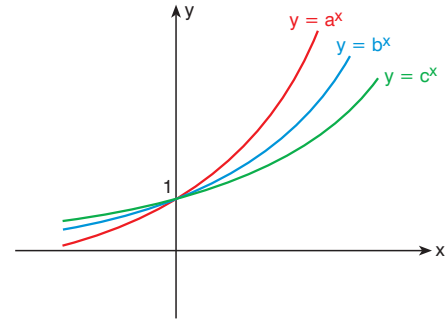
- I. Bire birdir.
- II. Her a, b için $f(a + b) = f(a) + f(b)$ dir.
- III. Her a, b için $f(a + b) = f(a) \cdot f(b)$ dir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

9. “a > 1 iken $y = a^x$ fonksiyonunun grafiğinin kolu, a büyüdükçe y eksenine yaklaşır.”

Aşağıdaki $y = a^x$, $y = b^x$ ve $y = c^x$ üstel fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a > c > b$ B) $c > a > b$ C) $c > b > a$
D) $a > b > c$ E) $b > a > c$

Test - 1

Çözüm 1

$$2^x + y = 2^x \cdot 2^y = 3 \cdot 5 = 15 \text{ olur.}$$

Cevap E

Çözüm 2

$$3^x - y = \frac{3^x}{3^y} = \frac{7}{10} \text{ olur.}$$

Cevap B

Çözüm 3

$2^3 = 8$ ve $2^4 = 16$ olduğundan $3 < x < 4$ olur.
 $x \in (3, 4)$ olmalıdır.

Cevap C

Çözüm 4

$$5^1 = 5 \text{ ve } 5^2 = 25 \Rightarrow 1 < x < 2$$

$$7^2 = 49 \text{ ve } 7^3 = 343 \Rightarrow 2 < y < 3$$

$$1 < x < 2 \Rightarrow 2 < 2x < 4$$

$$2 < y < 3 \Rightarrow 6 < 3y < 9$$

$$\begin{array}{r} 2 < 2x < 4 \\ + \\ 6 < 3y < 9 \\ \hline 8 < 2x + 3y < 13 \end{array}$$

Buna göre, $2x + 3y \rightarrow (8, 13)$ aralığındadır.

Cevap C

Çözüm 5

$$5^c = 4 \Rightarrow (3^b)^c = 4 \Rightarrow 3^{bc} = 4$$

$$\Rightarrow (2^a)^{bc} = 4 \Rightarrow 2^{abc} = 4$$

$$\Rightarrow abc = 2 \text{ olur.}$$

Cevap D

Çözüm 6

$$A = 10^9 \quad B = 9 \cdot 10$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{10^9}{9 \cdot 10} = \frac{10^8}{9} \text{ olur.}$$

Cevap A

Çözüm 7

$$3^{2x} \cdot (25)^x = (15)^3 \Rightarrow 3^{2x} \cdot (5^2)^x = (15)^3$$

$$\Rightarrow 3^{2x} \cdot 5^{2x} = (15)^3$$

$$\Rightarrow (3 \cdot 5)^{2x} = (15)^3$$

$$\Rightarrow (15)^{2x} = (15)^3$$

$$\Rightarrow 2x = 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ olur.}$$

Cevap A

Çözüm 8

$$3^k - 1 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-k} = 3^k - 1 \cdot (5^{-1})^{-k} = 3^k \cdot 3^{-1} \cdot 5^k$$

$$= 15^k \cdot \frac{1}{3} = 16 \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{16}{3} \text{ bulunur.}$$

Cevap D

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 9

$$(2x - 1)^2 = 7^2$$

$$\begin{aligned} 2x - 1 &= 7 & 2x - 1 &= -7 \\ x &= 4 & x &= -3 \end{aligned}$$

Çarpımları = -12 olur.

Cevap C

Çözüm 10

$$3^{2x} = 4^2 \Rightarrow 3^{\frac{2x}{2}} = 4^{\frac{2}{2}} \Rightarrow 3^x = 4 \text{ olur.}$$

$$27^x = (3^3)^x = (3^x)^3 = 4^3 = 64 \text{ olur.}$$

Cevap B

Çözüm 11

$$3^a - 3^{-b} \cdot (3^{a+b} - 3^b) = 3^a - 3^{-b} \cdot 3^{a+b} + 3^b \cdot 3^{-b}$$

$$= 3^a - 3^{-b+a+b} + 3^{-b+b}$$

$$= 3^a - 3^a + 3^0 = 1 \text{ olur.}$$

Cevap E

Çözüm 12

$$\begin{aligned} 2^x + 2^y &= 8 \\ + \quad 2^x - 2^y &= 6 \\ \hline 2 \cdot 2^x &= 14 \Rightarrow 2^x = 7 \\ 2^x + 2^y &= 8 \Rightarrow 2^y = 1 \\ \downarrow & \\ 7 & \end{aligned}$$

Buna göre, $2^{x+y} = 2^x \cdot 2^y = 7 \cdot 1 = 7$ olur.

Cevap C

Çözüm 13

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow (0,5)^x = k \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = k \Rightarrow 2^{-x} = k \text{ olur.}$$

$$4^{1-x} = 4^1 \cdot 4^{-x} = 4^1 \cdot (2^2)^{-x} = 4 \cdot (2^{-x})^2 = 4 \cdot (k)^2 = 4k^2 \text{ olur.}$$

Cevap E

Çözüm 14

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{3x-1} < \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^{x+3} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{3x-1} < \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+6}$$

$\frac{2}{3}$, 0 ile 1 arasında olduğundan kuvveti büyük olan küçük olur.

$$3x - 1 > 2x + 6 \Rightarrow x > 7$$

Buna uyan en küçük tam sayı 8 dir.

Cevap C

Çözüm 15

$$9^x \cdot 12^{4-2x} = 162 \Rightarrow 3^{2x} \cdot 3^{4-2x} \cdot 4^{4-2x} = 162$$

$$\Rightarrow 3^4 \cdot 4^{4-2x} = 162$$

$$\Rightarrow (2^2)^{4-2x} = 2^1 \Rightarrow 8 - 4x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{4} \text{ olur.}$$

Cevap D

Çözüm 16

$$\frac{(-3)^9}{9} = -\frac{3^9}{3^2} = -3^7 \text{ olur.}$$

Cevap A

Test - 2

Çözüm 1

$y = a^x$ üstel fonksiyonunda $a > 0$ ve $a \neq 1$ olmalıdır.

$m = 2$ için taban "1" olur.

Bu da tanıma aykırıdır.

Yani $m = 2$ olamaz.

Cevap A

Çözüm 2

$y = (3m - 5)^x$ artan bir üstel fonksiyon ise

$3m - 5 > 1$ ve $3m - 5 \neq 1$ dir.

$$m > 2 \text{ ve } m \neq 2$$



$m \in (2, \infty)$ bulunur.

Cevap D

Çözüm 3

$0 < a < 1 \Rightarrow y = a^x$ azalandır.

Buna göre, $0 < 1 - 3a < 1$

$$\Rightarrow -1 < -3a < 0 \Rightarrow \frac{1}{3} > a > 0 \text{ olmalı.}$$

Yani $a \in \left(0, \frac{1}{3}\right)$ olmalıdır.

Şıklardaki değerlerden sadece $\frac{1}{4}$ bu aralıktadır.

Cevap C

Çözüm 4

Grafik, artan bir üstel fonksiyona ait olduğundan tabanı "1" den büyük olmalıdır.

$$A) y = 5^{-x} = \left(\frac{1}{5}\right)^x$$

$$B) y = 4^{-x} = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

$$C) y = 3^{-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$D) y = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$E) y = 2^x$$

Uygun tek cevap $y = 2^x$ dir.

Cevap E

Çözüm 5

Grafik azalan bir üstel fonksiyona ait olduğundan tabanı 0 ile 1 arasında olmalıdır.

$$A) y = \left(\frac{3}{5}\right)^{-x} = \left(\frac{5}{3}\right)^x$$

$$B) y = 3^{-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^x \text{ (Doğru cevap)}$$

$$C) y = \left(\frac{3}{4}\right)^{-x} = \left(\frac{4}{3}\right)^x$$

$$D) y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = 2^x$$

$$E) y = 5^x$$

$0 < \frac{1}{3} < 1$ olduğundan $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ aradığımız cevaptır.

Cevap B

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 6

$\sqrt{7} > 1 \Rightarrow y = (\sqrt{7})^x$ artandır. (I. doğru)

Üstel fonksiyon daima pozitif değerlidir.

(II yanlış, III doğru)

Cevap C

Çözüm 7

$f(x) = (2\sqrt{3} - 3)^x = (3,4 - 3)^x = (0,4)^x$ olur.

↓
1,7

$0 < 0,4 < 1$ olduğundan azalandır. (I. doğru)

Üstel fonksiyon daima pozitif değerlidir. (II. yanlış)

Pozitif değerli ise grafik x eksenini kesmeyeceğinden $f(x) = 0$ ın kökü bulunamaz. (III doğru)

Cevap D

Çözüm 8

Tüm üstel fonksiyonlar $1 - 1$ dir. (I doğru)

$f(a + b) = 3^{a+b} = 3^a \cdot 3^b = f(a) \cdot f(b)$ (II yanlış, III doğru)

Cevap C

Çözüm 9

Verilen bilgiye göre kolu "y" ye en yakın olanının tabanı diğerlerinden daha büyüktür.

Buna göre, $a > b > c$ olur.

Cevap D

Test - 3

Çözüm 1

$$\log_4(3x + 1) = 2$$

$$3x + 1 = 4^2 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5 \text{ olur.}$$

Cevap E

Çözüm 2

$$\log_3(x^2 + 18) = 5$$

$$x^2 + 18 = 3^5 \Rightarrow x^2 + 18 = 243 \Rightarrow x^2 = 225 \Rightarrow x = \pm 15$$

$$\text{ÇK} = \{-15, 15\} \text{ olur.}$$

Cevap A

Çözüm 3

$$\log_x 4 = 2 \Rightarrow 4 = x^2$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = -2$$

Taban (-) olamaz.

$$\text{ÇK} = \{2\} \text{ olur.}$$

Cevap C

ÜNİTE 5
GERÇEK SAYI DİZİLERİ

ÜNİTE 5

GERÇEK SAYI DİZİLERİ

Sabit Dizi, İndirgemeli Diziler ve Fibonacci Sayısı

GERÇEK SAYI DİZİLERİ

Bilgi

n pozitif tam sayı iken tanımlı olan her ifade dizi belirtir.

Örneğin,

$$(a_n) = (n^2)$$

$$(b_n) = (2n - 1)$$

$$(c_n) = (\log_3 n)$$

ifadeleri her n pozitif tam sayısı için tanımlı olduğundan dizi belirtirler.

Ancak;

$$(a_n) = \frac{1}{n-1} \quad (n = 1 \text{ için tanımsız})$$

$$(b_n) = \sqrt{2-n} \quad (n > 2 \text{ için tanımsız})$$

$$(c_n) = \tan\left(\frac{n}{2} \cdot \pi\right) \quad (n = 1, 3, 5, \dots \text{ için tanımsız})$$

ifadeleri dizi belirtmez.

Örnek - 1

$$(a_n) = (2^n)$$

dizisini açık şekilde yazıp, terimlerini belirtelim.

Çözüm

$$(a_n) = (2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^n, \dots)$$

↓ ↓ ↓ ↓
1.terim 2.terim 3.terim Genel terim

SABİT DİZİ

Bilgi

• Tüm terimleri aynı olan diziye sabit dizi denir.

• $\frac{a \cdot n + b}{c \cdot n + d}$ ifadesi sabit dizi belirtiyorsa $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ dir.

Örneğin,

$$(a_n) = (3) = (3, 3, 3, \dots, 3, \dots)$$

$$(b_n) = \sin(n \cdot \pi) = (0, 0, 0, \dots, 0, \dots)$$

dizileri sabit dizilerdir.

Ayrıca,

$$\left(\frac{6n+8}{9n+12}\right) \text{ dizisi de } \frac{6}{9} = \frac{8}{12} \text{ olduğu için sabit dizidir.}$$

İNDİRGEMLİ DİZİLER

Bilgi

Her terimi kendinden önceki bir veya birkaç terim cinsinden ifade edilebilen dizilere indirgemeli dizi denir.

Örnek - 2

$a_1 = 2$ ve $n > 1$ için

$$a_n = 3 \cdot a_{n-1} + 1$$

şeklinde tanımlı dizinin ilk 4 teriminin toplamını bulalım.

Çözüm

$$a_n = 3 \cdot a_{n-1} + 1$$

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = 3 \cdot a_1 + 1 \Rightarrow a_2 = 7$$

↓
2

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = 3 \cdot a_2 + 1 \Rightarrow a_3 = 22$$

↓
7

$$n = 4 \Rightarrow a_4 = 3 \cdot a_3 + 1 \Rightarrow a_4 = 67$$

↓
22

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 2 + 7 + 22 + 67 = 98 \text{ dir.}$$

FİBONACCI DİZİSİ

Bilgi

Fibonacci dizisinin;

- İlk iki terimi "1" dir.
- Diğer terimler kendinden önceki iki teriminin toplamıdır.

Dolayısıyla terimleri = 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... şeklindedir.

Örnek - 3

$$4x + 6, 8x - 1, 89$$

sayıları fibonacci dizisinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x in kaç olduğunu bulalım.

Çözüm

Fibonacci dizisinin tanımından

$$(4x + 6) + (8x - 1) = 89 \Rightarrow 12x = 84 \Rightarrow x = 7 \text{ dir.}$$

Örnek - 4

$$(a_n) = \left(\frac{2 \cdot n - k}{n + \frac{1}{2}} \right)$$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, k değerini bulalım.

Çözüm

$$\frac{2}{1} = \frac{-k}{\frac{1}{2}} \text{ olmalı}$$

$$\Rightarrow 2 = -2k \Rightarrow k = -1 \text{ olmalı}$$

Örnek - 5

$$(a_n) = (\cos(n \cdot \pi))$$

dizisinin ilk 9 terim toplamını bulalım.

Çözüm

$$(a_n) = \overbrace{(-1, 1)}^0, \overbrace{(-1, 1)}^0, \dots, \overbrace{(-1, 1)}^0, -1, \dots$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 1. 2. 3. 4. 7. 8. 9.

Buna göre, istenen toplam -1 olur.

Örnek - 6

$$(a_n) = (3k - 1) \cdot n^3 + \frac{1}{2}$$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, $k + a_{3k}$ toplamını bulalım.

Çözüm

Sabit dizi olması için " n " li terim olmamalıdır.

$$(a_n) = \underbrace{(3k - 1)}_0 \cdot n^3 + \frac{1}{2}$$

$$3k - 1 = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{3}$$

Buna göre, $(a_n) = \frac{1}{2}$ olur.

Öyleyse $a_{3k} = a_1 = \frac{1}{2}$ dir.

Bu durumda;

$$k + a_{3k} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \text{ bulunur.}$$

1. I. $(a_n) = \left(\frac{1}{n}\right)$ dizi belirtmez.

II. $(b_n) = (\log n)$ dizi belirtir.

III. $(c_n) = (\log_3 n)$ dizi belirtir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) I ve II

E) I, II ve III

2. $(a_n) = (1, 3, 6, 10, \dots, a_n \dots)$

şeklinde verilen dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2n - 1$

B) $2n + 1$

C) $\frac{n(n+1)}{2}$

D) $\frac{n(n-1)}{2}$

E) $\frac{n(n+2)}{2}$

3. (a_n) dizisinde,

• $a_1 = 1$ dir.

• $n \geq 1$ için $a_{n+1} - a_n = 3$ tür.

Buna göre, bu dizinin 50. terimi olan a_{50} kaçtır?

A) 148

B) 151

C) 154

D) 155

E) 157

4. Bir (a_n) dizisinde,

• $a_1 = 1$ dir.

• $n \geq 1$ için $a_{n+1} \cdot a_n = n$ dir.

Buna göre, bu dizinin 11. terimi olan a_{11} kaçtır?

A) $10!$

B) $10! + 1$

C) $10! - 1$

D) $10! + 2$

E) $10! - 2$

5. $(a_n) = ((k+2) \cdot n^2 + (2k+1) \cdot n + 3)$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, $k \cdot t$ çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$

B) 1

C) $\frac{3}{2}$

D) $\frac{4}{3}$

E) 2

6. $(a_n) = \left(\frac{3 - k \cdot n}{4n + 7}\right)$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, k kaçtır?

A) -6

B) -4

C) -3

D) $-\frac{12}{5}$

E) $-\frac{12}{7}$

7. $5x + 5, 89, 15x - 6$

sayıları fibonacci sayı dizisinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

8. Bir (a_n) dizisinde,

- $a_1 = 3$ tür.
- $n \geq 1$ için $a_{n+1} = a_n + n$

olduğuna göre, 17. terimi olan a_{17} kaçtır?

- A) 129 B) 133 C) 139 D) 141 E) 147

9. $(a_n) = \left(\frac{3n}{2n+5} \right)$

dizisinin kaç terimi "1" den küçüktür?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. $(a_n) = ((3n - 12) \cdot (n - 16))$

dizisinin kaç terimi negatiftir?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

11. $(a_n) = (2n^2 - 28n + 80)$

dizisinin kaç terimi negatiftir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

12. $(a_n) = (16 - n^2)$

dizisinin pozitif terimlerinin toplamı kaçtır?

- A) 44 B) 41 C) 37 D) 34 E) 30

1. $(a_n) = (2n - 7)$

dizisinin (3, 9) aralığında olan kaç terimi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $(a_n) = \left(\frac{2n + 12}{n + 1}\right)$

dizisinin kaç terimi $[3, 4)$ aralığındadır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $(a_n) = (2n^2 - 12n + 1)$

dizisinin en küçük terimi kaçtır?

- A) - 17 B) - 19 C) - 23 D) - 27 E) - 30

4. $(a_n) = \left(\frac{n + 8}{n}\right)$

dizisinin tam sayı olan terimlerinin toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 17 C) 19 D) 21 E) 23

5. $(a_n) = \left(\frac{2n + 27}{n + 1}\right)$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

6. "Genel terimi $\frac{n(n + 1)}{2}$ olan diziye üçgensel sayı dizisi" denir.

Buna göre, (a_n) üçgensel sayı dizisinin kaçınıcı terimi 55 tir?

- A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

7. "Genel terimi $\frac{n(n+1)}{2}$ olan diziye üçgensel sayı dizisi" denir.

(a_n) üçgensel sayı dizisinde,

$$a_n + a_{n+1} = 16$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

8. "Genel terimi n^2 olan diziye karesel sayı dizisi" denir.

(k_n) karesel sayı dizisinde,

$$k_n + k_{n+1} = 61$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9. $(a_n) = \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

dizisinin ilk 9 terim toplamı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{8}{9}$ E) $\frac{9}{10}$

10. Genel terimi,

$$a_n = \begin{cases} 2^n ; & n \text{ çift} \\ 3^n ; & n \text{ tek} \end{cases}$$

şeklinde olan (a_n) dizisinde $\frac{a_2 \cdot a_3}{a_4 \cdot a_5}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{2}{19}$ C) $\frac{1}{18}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{18}$

11. Genel terimi,

$$a_n = \begin{cases} n! ; & n \text{ tek} \\ (n+1)! ; & n \text{ çift} \end{cases}$$

şeklinde olan (a_n) dizisinde $\frac{a_{2k+3}}{a_{2k}} = 156$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Test - 1

Çözüm 1

$\frac{1}{n}$ ifadesi her pozitif tam sayı için tanımlıdır.

Dolayısıyla $(a_n) = \left(\frac{1}{n}\right)$ dizi belirtir. (I. yanlış)

$\log n$ ifadesi her pozitif tam sayı için tanımlıdır.

Dolayısıyla $(b_n) = (\log n)$ dizi belirtir. (II. doğru)

$\log_n 3$ ifadesi $n = 1$ için tanımsızdır.

Öyle ise $(c_n) = (\log_n 3)$ ifadesi dizi belirtmez. (III. yanlış)

Cevap B

Çözüm 2

n yerine sırasıyla 1, 2, 3, 4, ... değerlerini yazdığımızda

1, 3, 6, 10, ... değerlerine ulaşabildiğimiz ifade C seçeneğindeki

$\frac{n(n+1)}{2}$ ifadesidir.

Cevap C

Çözüm 3

$a_{n+1} - a_n = 3$ ve $a_1 = 1$

$n = 1$ için $a_2 - a_1 = 3$

$n = 2$ için $a_3 - a_2 = 3$

$\vdots$

$n = 49$ için $a_{50} - a_{49} = 3$

+

$a_{50} - a_1 = 49 \cdot 3$

↓

$\Rightarrow a_{50} = 148$ olur.

Cevap A

Çözüm 4

$a_{n+1} : a_n = n$ ve $a_1 = 1$

$n = 1$ için $a_2 : a_1 = 1$

$n = 2$ için $a_3 : a_2 = 2$

$n = 3$ için $a_4 : a_3 = 3$

$\vdots$

$n = 10$ için $a_{11} : a_{10} = 10$

x

$a_{11} : a_1 = 10! \Rightarrow a_{11} = 10!$ dir.

↓

1

Cevap A

Çözüm 5

$(a_n) = ((k+2) \cdot n^2 + (2t+1) \cdot n + 3)$

Sabit dizi $\Rightarrow$ "n" li terim olmamalı.

$(k+2) \cdot n^2 + (2t+1) \cdot n + 3$

0

0

$\Rightarrow k = -2, t = -\frac{1}{2} \Rightarrow k \cdot t = 1$ olur.

Cevap B

Çözüm 6

$\frac{3 - k \cdot n}{4n + 7} = \frac{-k \cdot n + 3}{4 \cdot n + 7}$

Sabit dizi $\Rightarrow -\frac{k}{4} = \frac{3}{7} \Rightarrow k = -\frac{12}{7}$ olur.

Cevap E

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 7

Fibonacci dizisinde her terim kendinden önceki iki terimin toplamı idi.

$$\Rightarrow 5x + 5 + 89 = 15x - 6 \Rightarrow 100 = 10x$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ olur.}$$

Cevap D

Çözüm 8

$$a_{n+1} = a_n + n \text{ ve } a_1 = 3$$

$$\Rightarrow a_{n+1} - a_n = n \text{ ve } a_1 = 3$$

$$n = 1 \text{ için } a_2 - a_1 = 1$$

$$n = 2 \text{ için } a_3 - a_2 = 2$$

$$n = 3 \text{ için } a_4 - a_3 = 3$$

$\vdots$

$$n = 16 \text{ için } a_{17} - a_{16} = 16$$

$$\begin{aligned} &+ \\ &a_{17} - a_1 = 1 + 2 + \dots + 16 \\ &\quad \downarrow \\ &\quad 3 \quad \frac{16 \cdot 17}{2} = 136 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a_{17} = 139 \text{ olur.}$$

Cevap C

Çözüm 9

$$(a_n) = \left(\frac{3n}{2n+5} \right)$$

$$\frac{3n}{2n+5} < 1 \Rightarrow 3n < 2n+5 \Rightarrow n < 5$$

Daima (+)

Öyle ise $n = 1, 2, 3, 4$ için

a_1, a_2, a_3, a_4 terimleri 1 den küçüktür.

Cevap C

Çözüm 10

$$(a_n) = ((3n-12) \cdot (n-16)) \Rightarrow (3n-12) \cdot (n-16) < 0$$

$$n = 4 \quad n = 16$$

n	4	16
$(3n-12) \cdot (n-16)$	+	-

$$\Rightarrow n \in (4, 16) \text{ dir.}$$

Ayrıca n pozitif tam sayı olduğundan $n = 5, 6, 7, \dots, 15$ olmak üzere 11 terim negatiftir.

Cevap A

Çözüm 11

$$(a_n) = (2n^2 - 28n + 80)$$

$$\Rightarrow 2n^2 - 28n + 80 < 0 \Rightarrow (2n-8)(n-10) < 0$$

$$n = 4 \quad n = 10$$

n	4	10
$2n^2 - 28n + 80$	+	-

$$\Rightarrow n \in (4, 10) \text{ ve } n \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow n = 5, 6, 7, 8, 9 \text{ dur.}$$

Yani 5 terim negatiftir.

Cevap B

Çözüm 12

$$(a_n) = (16 - n^2)$$

$$\Rightarrow 16 - n^2 > 0 \Rightarrow 4^2 - n^2 > 0 \Rightarrow (4-n)(4+n) > 0$$

$$n = 4 \quad n = -4$$

n	-4	4
$16 - n^2$	-	+

$$\Rightarrow n \in (-4, 4) \Rightarrow n \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow n = 1, 2, 3 \text{ olur.}$$

$$a_1 = 15, a_2 = 12, a_3 = 7 \Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 = 34 \text{ olur.}$$

Cevap D

Test - 2

Çözüm 1

$$(a_n) = (2n - 7) \Rightarrow 3 < 2n - 7 < 9$$

$$\Rightarrow 10 < 2n < 16 \Rightarrow 5 < n < 8 \text{ olur.}$$

$n = 6$ ve $n = 7$ için istenen aralıkta iki terim vardır.

Cevap B

Çözüm 2

$$(a_n) = \left(\frac{2n + 12}{n + 1} \right) \Rightarrow 3 \leq \frac{2n + 12}{n + 1} < 4 \quad (n + 1 > 0)$$

$$\Rightarrow \frac{3n + 3}{n + 1} \leq \frac{2n + 12}{n + 1} < \frac{4n + 4}{n + 1}$$

$$\Rightarrow 3n + 3 \leq 2n + 12 < 4n + 4$$

$$\Rightarrow n \leq 9$$

$$\Rightarrow n \in (4, 9] \text{ olur.}$$

Buna göre $n = 5, 6, 7, 8, 9$ için 5 terim istenen aralıktadır.

Cevap A

Çözüm 3

$$(a_n) = (2n^2 - 12n + 1)$$

Parabol gibi düşünelim.

$T(r, k)$

↓

En küçük değer

$$r = -\frac{-12}{2 \cdot 2} = 3 \Rightarrow n = 3 \text{ için } a_3 \text{ terimi en küçüktür.}$$

$$a_3 = 2 \cdot 9 - 12 \cdot 3 + 1 = -17 \text{ olur.}$$

Cevap A

Çözüm 4

$$(a_n) = \left(\frac{n + 8}{n} \right) \Rightarrow \frac{n + 8}{n} \in \mathbb{Z} \text{ olsun istiyoruz.}$$

$$\frac{n + 8}{n} = \frac{n}{n} + \frac{8}{n} = 1 + \frac{8}{n}$$

↓
8 i tam bölmeli

$$\Rightarrow n = 1, 2, 4, 8 \text{ olur.}$$

Yani, a_1, a_2, a_4, a_8 terimleri tam sayıdır.

$$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$$

$$9 + 5 + 3 + 2 = 19 \text{ olur.}$$

Cevap C

Çözüm 5

$$(a_n) = \left(\frac{2n + 27}{n + 1} \right)$$

$$\frac{2n + 27}{n + 1} = \frac{2(n + 1) + 25}{n + 1} = 2 + \frac{25}{n + 1}$$

↓
25 i tam bölmeli

$$n + 1 \Rightarrow 1, 5, 25 \Rightarrow n = 0, 4, 24 \text{ olur.}$$

Ancak n pozitif tam sayı olmalı

$n = 4$ ile 24 olur.

Yani a_4 ve a_{24} olmak üzere iki terim tam sayıdır.

Cevap E

Çözüm 6

$$(a_n) = \left(\frac{n(n + 1)}{2} \right)$$

$$\frac{n(n + 1)}{2} = 55 \Rightarrow n \cdot (n + 1) = 110$$

$$\Rightarrow n \cdot (n + 1) = 10 \cdot 11 \Rightarrow n = 10 \text{ olur.}$$

Yani 10. terim 55 tir.

Cevap D

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 7

1. yol:

$$(a_n) = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)$$

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow a_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$a_n + a_{n+1} = 16 \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n+1)(n+2)}{2} = 16$$

$$\Rightarrow \frac{n+1}{2} [n + n + 2] = 16 \Rightarrow \frac{(n+1)}{2} \cdot (2n+2) = 16$$

$$\Rightarrow \frac{(n+1) \cdot 2(n+1)}{2} = 16 \Rightarrow (n+1)^2 = 16$$

$$\Rightarrow n+1 = 4 \Rightarrow n = 3 \text{ olur.}$$

2. yol:

Verilen toplam küçük bir sayı olduğundan genel terim yardımıyla dizinin birkaç terimini yazalım.

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 6, a_4 = 10, a_5 = 15$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ n = 3 \text{ tür. } \begin{cases} a_3 + a_4 = 16 \\ a_n + a_{n+1} = 16 \end{cases} \end{array}$$

Cevap D

Çözüm 8

1. yol:

$$(k_n) = (n^2)$$

$$k_n + k_{n+1} = 61 \Rightarrow n^2 + (n+1)^2 = 61$$

$$\Rightarrow n^2 + n^2 + 2n + 1 = 61 \Rightarrow 2n^2 + 2n - 60 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + n - 30 = 0 \Rightarrow (n+6) \cdot (n-5) = 0$$

$$\Rightarrow n = -6 \text{ ve } n = 5 \text{ olur.}$$

$$n \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow n = 5 \text{ tir.}$$

2. yol:

$$k_n + k_{n+1} = 61$$

Toplam küçük olduğundan, genel terim yardımıyla dizinin birkaç terimini yazalım.

$$k_1 = 1, k_2 = 4, k_3 = 9, k_4 = 16, k_5 = 25, k_6 = 36, k_7 = 49$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ n = 5 \text{ tir. } \begin{cases} k_5 + k_6 = 61 \\ k_n + k_{n+1} = 61 \end{cases} \end{array}$$

Cevap C

Çözüm 9

$$(a_n) = \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$\Rightarrow a_1 = 1 - \frac{1}{2}$$

$$a_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$a_3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$\vdots$

$$a_9 = \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$$

$$+ \quad a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \text{ olur.}$$

Cevap E

Çözüm 10

$$a_n = \begin{cases} 2^n; & n \text{ çift} \\ 3^n; & n \text{ tek} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_2 = 2^2, \quad a_4 = 2^4$$

$$a_3 = 3^3, \quad a_5 = 3^5$$

$$\Rightarrow \frac{a_2 \cdot a_3}{a_4 \cdot a_5} = \frac{2^2 \cdot 3^3}{2^4 \cdot 3^5} = \frac{1}{2^2 \cdot 3^2} = \frac{1}{36} \text{ olur.}$$

Cevap A

Çözüm 11

$$a_n = \begin{cases} n!; & n \text{ tek} \\ (n+1)!; & n \text{ çift} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2k \rightarrow \text{çift} \Rightarrow a_{2k} = (2k+1)!$$

$$2k+3 \rightarrow \text{tek} \Rightarrow a_{2k+3} = (2k+3)!$$

$$\Rightarrow \frac{(2k+3)!}{(2k+1)!} = 156 \Rightarrow \frac{(2k+3)(2k+2)(2k+1)!}{(2k+1)!} = 156$$

$$\Rightarrow (2k+3)(2k+2) = 13 \cdot 12$$

$$\Rightarrow k = 5 \text{ olur.}$$

Cevap B

ÜNİTE 6

TÜREV

LİMİT

$x \rightarrow a^+$ ifadesi a sayısına a 'dan az büyük (a 'nın sağından) değerler ile yaklaşma anlamına gelir.

Örneğin, $x \rightarrow 2^+$ ifadesi 2 ye 2,01, 2,001, 2,0001 gibi çok yakın değerler ile yaklaşma demektir.



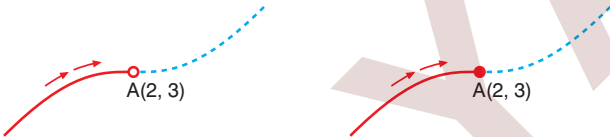
- Yukarıdaki şekilde x değerleri 2'ye sağ taraftan yaklaşırken y değerleri de A noktasının (içi boş da olabilir) ordinatı olan $y = 3$ 'e yaklaşır.
- İşte burada $y = 3$ değerine f fonksiyonunun $x = 2$ için sağdan limiti denir.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$$

şeklinde gösterilir.

$x \rightarrow a^-$ ifadesi de a sayısına a 'dan az küçük (a 'nın solundan) değerler ile yaklaşma anlamına gelir.

Örneğin, $x \rightarrow 2^-$ ifadesi, 2 ye 1,99, 1,999, 1,9999 gibi çok yakın değerler ile yaklaşma anlamına gelir.



- x değerleri 2'ye sol taraftan yaklaşırken y değerleri de A noktasının (içi boş da olabilir) ordinatı olan $y = 3$ 'e yaklaşır.
- İşte burada $y = 3$ değerine f fonksiyonunun $x = 2$ için soldan limiti denir.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$$

şeklinde gösterilir.

Buna göre, f fonksiyonunun $x = 2$ için sağdan ve soldan limitleri eşit ve 3 olduğundan

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$$

olur.

Uyarı

$x = a$ değeri, $f(x)$ fonksiyonunun **KRİTİK NOKTASI** değil ise $x = a$ için limit değeri, fonksiyonda x yerine a yazılarak hesaplanır.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \text{ dır.}$$

Arka sayfadaki 1. soruyu inceleyiniz.

KRİTİK NOKTA

Parçalı fonksiyonun parçalandığı (iki ya da üç parçaya ayrıldığı) x değerlerine kritik nokta denir. Örneğin,

$$g(x) = \begin{cases} x + 3, & x < 4 \\ x - 3, & x \geq 4 \end{cases}$$

fonksiyonunun kritik noktası $x = 4$ tür.

Bilgi

Sağdan ve soldan limite sadece kritik nokta için bakılır ve bu limitler eşit ise limit vardır deriz. Arka sayfadaki 3. soruyu inceleyiniz.

Not

$x = a$ değeri kesirli bir fonksiyonun pay ve paydasını sıfır yapıyorsa bu tip ifadelerle belirsiz ifadeler denir.

Örneğin,

$$x = 1 \text{ için } \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{1^2 - 1}{1 - 0} = \frac{0}{0} \text{ dır.}$$

Bu durumda pay ve payda çarpanlarına ayrılıp sadeleşme yapılır.

Daha sonra x yerine a yazılarak limit alınır.

SÜREKLİLİK

Bilgi

- Bir fonksiyonun grafiğini elimizi kaldırmadan çizebiliyorsak bu fonksiyon süreklidir, elimizi kaldırmak zorunda kalıyorsak sürekliliği değildir.
- Bir fonksiyonun $x = a$ noktasındaki limiti, fonksiyonda x yerine a yazılarak elde edilen değere eşit ise fonksiyon $x = a$ noktasında süreklidir. Yani, $f(x)$ fonksiyonu $x = a$ da sürekli ise

$$f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ olmalıdır.}$$

Örnek - 1

Aşağıda verilen limitleri hesaplayalım.

- a) $\lim_{x \rightarrow 2} 5$
- b) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 3x)$
- c) $\lim_{x \rightarrow 4} |x^2 - 2|$

Çözüm

- a) Sabit değerlerin limiti sabit değer kendisine eşittir.

Yani, $\lim_{x \rightarrow 2} 5 = 5$ dir.

- b) $2x^2 - 3x$ ifadesinde kritik nokta olmadığından x yerine 3 yazarak limit alıyoruz.

$\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 3x) = 2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 = 9$ bulunur.

- c) $\lim_{x \rightarrow 4} |x^2 - 2| = |4^2 - 2| = |16 - 2| = 14$ bulunur.

Örnek - 2

Aşağıda verilen limitleri hesaplayalım.

- a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{x - 5}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$

Çözüm

- a) $x = 5$ için $\frac{x^2 - 5x}{x - 5} = \frac{x^2 - 5x}{x - 5} = \frac{0}{0}$ belirsizliği olduğundan çarpanlara ayırmalıyız.

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x(x - 5)}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} x = 5 \text{ olur.}$$

- b) $x = 2$ için $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{2^2 - 3 \cdot 2 + 2}{2^2 - 4} = \frac{0}{0}$ belirsizliği var.

Pay ve paydayı çarpanlara ayırıp sadeleştirme yapmalıyız.

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1), \quad x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2) \text{ dir.}$$

$$(-2) + (-1) \quad (-2) \cdot (-1)$$

O halde,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x - 1)}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{2 - 1}{2 + 2} = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

Örnek - 3

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 5, & x < 2 \\ 3x - 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

olduğuna göre, aşağıdaki limitleri hesaplayalım.

- a) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
- b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

Çözüm

- a) $x = 2$ değeri kritik nokta olduğu için $x = 2$ için sağdan ve soldan limitleri hesaplamalıyız. Sağdan limit için $3x - 1$ ifadesini, soldan limit için $x^2 - 2x + 5$ ifadesini kullanmalıyız.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (3x - 1) = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 - 2x + 5) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 5 = 5$$

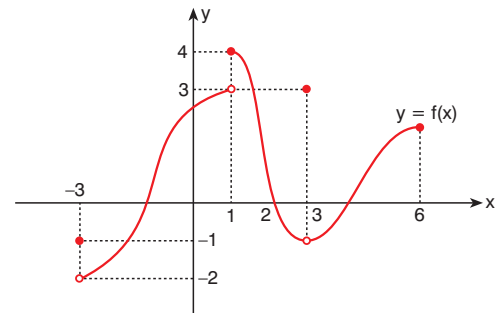
Sağdan ve soldan limitler eşit olduğu için $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ dir.

- b) $x = 3$ değeri kritik nokta olmadığı için $f(3)$ ü hesaplamalıyız.

$3 \geq 2$ olduğundan $f(3)$ ü hesaplarken $3x - 1$ ifadesini kullanmalıyız.

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) = 3 \cdot 3 - 1 = 8 \text{ olur.}$$

Örnek - 4



Yukarıda $[-3, 6]$ aralığında tanımlanmış f fonksiyonunun süreksiz olduğu noktaların apsilerini bulalım.

Çözüm

Grafiği elimizi kaldırmadan çizdiğimiz aralıklarda fonksiyon sürekli, elimizi kaldırmak zorunda kaldığımız nokta veya aralıklarda süreksizdir.

O halde -3 , 1 ve 3 apsili noktalarda elimizi kaldırarak grafiği çizdiğimizden bu noktalarda süreksiz diğer tüm noktalarda sürekli dir.

1. $\lim_{x \rightarrow 4} 5 + \lim_{x \rightarrow 5} 3$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 4 E) 0

2. $\lim_{x \rightarrow 3} (5x + 4)$

limitinin sonucu kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 21 D) 23 E) 27

3. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3x) - \lim_{x \rightarrow 3} (2^x + x)$

farkının sonucu kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -1 D) 2 E) 5

4. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+2}{x} + \lim_{x \rightarrow 3} (2x - 6)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) 3 E) 5

5. $f(x) = x^2 + 2x$ ve $g(x) = 3x - 1$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) - \lim_{x \rightarrow -2} g(x)$$

işleminin sonucu kaçtır?

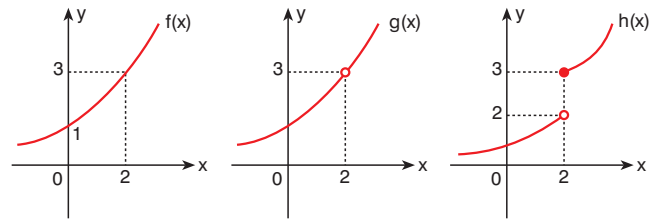
- A) 10 B) 14 C) 16 D) 18 E) 22

6. $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - a) - \lim_{x \rightarrow 5} (ax - 2) = -4$

olduğuna göre, a'nın değeri kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

7.



Yukarıda grafikleri verilen f, g ve h fonksiyonlarından hangilerinin $x = 2$ apsisi noktasında limiti vardır?

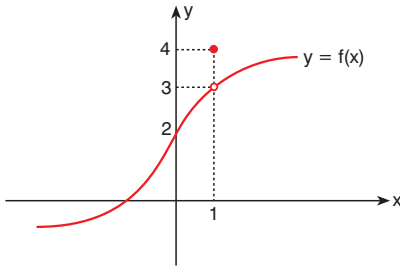
- A) Yalnız f B) f ve g C) f ve h
D) g ve h E) f, g ve h

8. $\lim_{x \rightarrow -3} \sqrt{x^2 - 2x + 10}$

limitinin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) 4 E) 5

9.



Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + f(1)$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

10.

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < -2 \\ 4, & x = -2 \\ 5 - x, & x > -2 \end{cases}$$

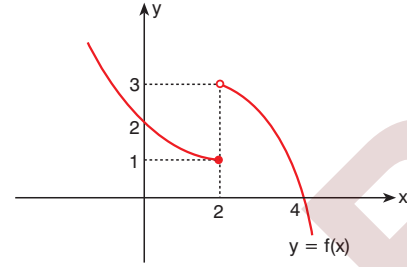
olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 11 D) 14 E) 15

11.



Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

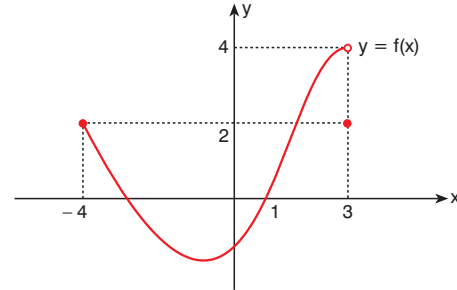
Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12.



Yukarıda $[-4, 3]$ aralığında tanımlanmış $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (3^{x+1} - 3^{x-1})$

limitinin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 18 D) 21 E) 24

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4x}{x}$

limitinin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 10

3. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 5 C) 6 D) 10 E) 12

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 3x + 2}$

limitinin değeri kaçtır?

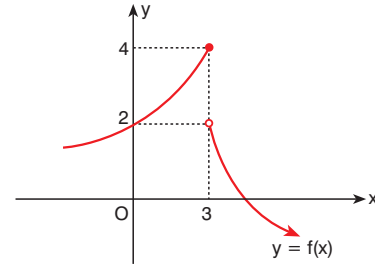
- A) 6 B) 4 C) 2 D) -1 E) -2

5. $\lim_{x \rightarrow 3} (|x - 3| + |x - 5|)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 5 E) 8

6.



Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

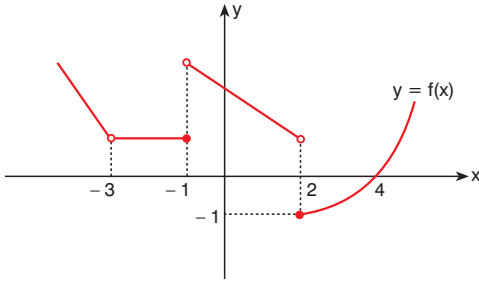
Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x+1) + \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x-1)$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

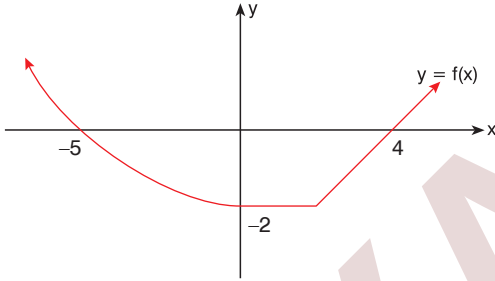
7.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun $[-4, 5]$ aralığında limitinin olmadığı x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 1 E) 3

8.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun süreksiz olduğu kaç nokta vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9.

$$f(x) = \begin{cases} 3x + a, & x < 3 \\ 4, & x = 3 \\ 2x - b, & x > 3 \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 3$ noktasında sürekli olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) -20 B) -16 C) -10 D) 10 E) 18

10. Aşağıdakilerden hangileri tüm x gerçel sayıları için süreklidir?

I. $f(x) = x^2 - 3x + 4$

II. $g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

III. $h(x) = \frac{3}{x^2 - 1}$

- A) Yalnız f B) Yalnız g C) f ve g
D) f ve h E) g ve h

11.

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$$

fonksiyonunun süreksiz olduğu x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) -2 C) 4 D) -4 E) 0

12. f parçalı fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x < 2 \\ -x^2 - b, & x \geq 2 \end{cases}$$

biçimindedir.

f fonksiyonu tüm gerçel sayılarda sürekli olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -2 D) 2 E) 6

Test - 1

Çözüm 1

Sabit terimlerin limiti kendisine eşittir.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 4} 5 + \lim_{x \rightarrow 5} 3 = 5 + 3 = 8$ dir.

Cevap B

Çözüm 2

$x = 3$ değeri $5x + 4$ ifadesinin kritik noktası olmadığından x yerine 3 yazıyoruz.

$\lim_{x \rightarrow 3} (5x + 4) = 5 \cdot 3 + 4 = 15 + 4 = 19$ olur.

Cevap B

Çözüm 3

Limiti alınacak ifadelerinin kritik noktası olmadığı için 2 ve 3 değerlerini fonksiyonlarda aynen yazıyoruz.

$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3x) - \lim_{x \rightarrow 3} (2^x + x)$

$\Rightarrow (2^2 + 3 \cdot 2) - (2^3 + 3) = 10 - 11 = -1$ olur.

Cevap C

Çözüm 4

$x = 4$ ve $x = 3$ değerleri verilen fonksiyonların kritik değerleri olmadığı için bu değerleri limitde aynen yazıyoruz.

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+2}{x} + \lim_{x \rightarrow 3} (2x-6)$

$\Rightarrow \frac{4+2}{4} + 2 \cdot 3 - 6 \Rightarrow \frac{6}{4} + 0 = \frac{3}{2}$ bulunur.

Cevap A

Çözüm 5

$f(x) = x^2 + 2x$ ve $g(x) = 3x - 1$

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) - \lim_{x \rightarrow -2} g(x)$ ifadesinde $f(x)$ ve $g(x)$ in yerine fonksiyon-

ların denklemlerini yazıyoruz.

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) - \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 2x) - \lim_{x \rightarrow -2} (3x - 1)$
 $= (3^2 + 2 \cdot 3) - (3 \cdot (-2) - 1)$
 $= 15 + 7 = 22$ olur.

Cevap E

Çözüm 6

Soruda kritik nokta olmadığından değerleri x yerine yazıyoruz.

$\lim_{x \rightarrow 3} (2x - a) - \lim_{x \rightarrow 5} (ax - 2) = -4$

$\Rightarrow (2 \cdot 3 - a) - (5 \cdot a - 2) = -4$

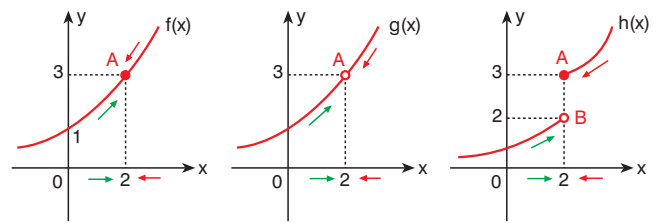
$\Rightarrow 6 - a - 5a + 2 = -4$

$\Rightarrow -6a = -4 - 8$

$\Rightarrow a = 2$ bulunur.

Cevap D

Çözüm 7



Kırmızı ve yeşil oklar x eksenini üzerinden sağdan ve soldan $x = 2$ apsisine yaklaşırken eğri üzerinden A noktasına yaklaştığından f ve g fonksiyonlarının $x = 2$ de limitleri vardır ve bu değer 3'e eşittir.

Fakat h fonksiyonunda ise kırmızı ok sağdan A noktasına, yeşil ok ise soldan B noktasına yaklaştığından h fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktasında limit yoktur.

Cevap B

ÇÖZÜMLERİ

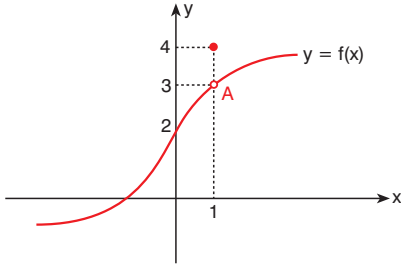
Çözüm 8

$x = -3$ değeri kritik nokta olmadığından limitte aynen yazıyoruz.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -3} \sqrt{x^2 - 2x + 10} &= \sqrt{(-3)^2 - 2(-3) + 10} \\ &= \sqrt{9 + 6 + 10} = \sqrt{25} = 5 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Cevap E

Çözüm 9



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinde A noktasında görüldüğü gibi boşluk var. A noktasının apsisi 1 olup $x = 1$ için limit sorulduğundan A noktasının ordinatı ($y = 3$) limiti verir.

O halde $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ olur.

Ayrıca $f(1) = 4$ tür.

Öyleyse istenen toplam $3 + 4 = 7$ olur.

Cevap B

Çözüm 10

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < -2 \\ 4, & x = -2 \\ 5 - x, & x > -2 \end{cases}$$

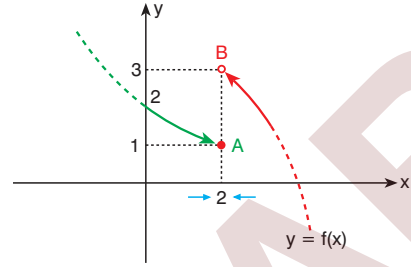
$x \rightarrow -2^+$ için $5 - x$ ifadesi

$x \rightarrow -2^-$ için x^2 ifadesi kullanılır.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^+} (5 - x) + \lim_{x \rightarrow -2^-} x^2 \\ &\Rightarrow (5 - (-2)) + (-2)^2 \\ &\Rightarrow 7 + 4 = 11 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Cevap C

Çözüm 11



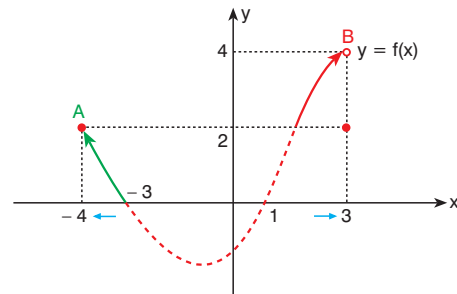
$f(x)$ in grafiğinde $x = 2$ apsisli noktada kopukluk var. $x = 2$ apsisine sağ taraftan (kırmızı ok) B noktasına yaklaştığından sağdan limit B'nin ordinatı olan 3'dür.

Sol taraftan (yeşil ok) A noktasına yaklaşıldığından soldan limit A'nın ordinatı olan 1'dir. O halde,

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3 + 1 = 4 \text{ olur.}$$

Cevap D

Çözüm 12



Grafiği verilen bir fonksiyonun uç noktalarında her zaman limit vardır. $x = -4$ için limite sadece sağdan bakılır ve A noktasının ordinatı ($y = 2$) limiti verir.

$x = 3$ için limite sadece soldan bakılır ve B noktasının ordinatı ($y = 4$) limiti verir.

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2 + 4 = 6 \text{ olur.}$$

Cevap A

ÜNİTE 6

ÇÖZÜMLERİ

Test - 2

Çözüm 1

$x = 2$ değeri kritik nokta olmadığından x yerine 2 yazıyoruz.

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3^{x+1} - 3^{x-1}) = 3^{2+1} - 3^{2-1} = 27 - 3 = 24 \text{ bulunur.}$$

Cevap E

Çözüm 2

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4x}{x} = \frac{0^2 + 4 \cdot 0}{0} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği var.}$$

Çarpanlara ayırıp sadeleştirme yapılmalı

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+4)}{x} = 0 + 4 = 4 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

Çözüm 3

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5} = \frac{5^2 - 25}{5 - 5} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği var.}$$

Çarpanlara ayırıp sadeleştirme yapılmalı

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x+5)(x-5)}{x-5} = 5 + 5 = 10 \text{ bulunur.}$$

Cevap D

Çözüm 4

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 3x + 2} = \frac{2^2 + 2 \cdot 2 - 8}{2^2 - 3 \cdot 2 + 2} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği var.}$$

$$x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$$

(4) + (-2) (4) · (-2)

$$x^2 - 3x + 2 = (x-2)(x-1)$$

(-2) + (-1) (-2) · (-1)

O halde,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+4)(x-2)}{(x-2)(x-1)} = \frac{2+4}{2-1} = 6 \text{ olur.}$$

Cevap A

Çözüm 5

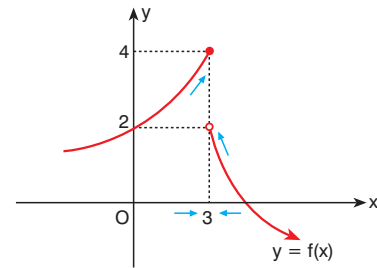
$$\lim_{x \rightarrow 3} (|x-3| + |x-5|)$$

limitinde $x = 3$ değeri herhangi bir belirsizliğe $\left(\frac{0}{0}\right)$ gibi sebep olmadığından x yerine 3 yazabiliriz.

$$\lim_{x \rightarrow 3} (|x-3| + |x-5|) = \lim_{x \rightarrow 3} (|3-3| + |3-5|) = 0 + 2 = 2 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

Çözüm 6



Yukarıdaki grafiğe göre,

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3^-) = 4, \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = f(3^+) = 2 \text{ dir.}$$

Buna göre,

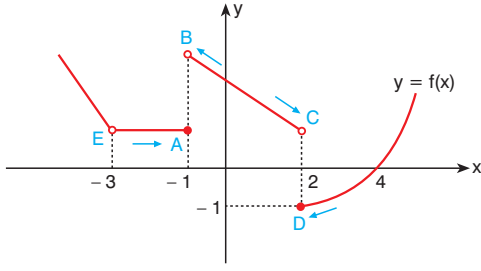
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x+1) + \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x-1) = f(3^+) + f(3^-) = 2 + 4 = 6 \text{ olur.}$$

$f(2^+ + 1)$ $f(4^- - 1)$ 2 4

Cevap E

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 7

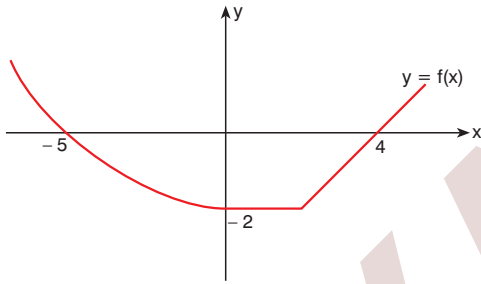


Grafikte sıçrama olan noktalarda sağ ve sol limit farklı olacağından limit yoktur.

Yani $x = -1$ ve $x = 2$ de $f(x)$ in limiti yoktur.

Cevap D

Çözüm 8



$f(x)$ fonksiyonunun tamamı el kaldırılmadan çizildiğinden tüm noktalarda süreklidir.

Cevap A

Çözüm 9

$x = 3$ apsisi $f(x)$ fonksiyonunun kritik noktasıdır.

$x = 3$ de sürekli olması için sağdan ve soldan limitler ile $f(3)$ ün eşit olması gerekir.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (3x + a) = 9 + a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (2x - b) = 6 - b \text{ ve } f(3) = 4 \text{ tür.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = f(3) \text{ olmalıdır.}$$

$$\Rightarrow 9 + a = 6 - b = 4$$

$$\Rightarrow 9 + a = 4, \quad 6 - b = 4$$

$$\Rightarrow a = -5, \quad b = 2 \text{ dir.}$$

Buna göre, $a \cdot b = -5 \cdot 2 = -10$ olur.

Cevap C

Çözüm 10

- $f(x)$ fonksiyonu, polinom olduğu için tüm gerçel sayılarda süreklidir.
- $g(x)$ kesirli fonksiyonunun paydasını sıfır yapan hiçbir gerçel sayı olmadığından tüm gerçel sayılarda süreklidir.
- $h(x)$ fonksiyonunda $x = 1$ ve $x = -1$ paydayı sıfır yaptığından $h(x)$ bu noktalarda süreksizdir.

Buna göre, $h(x)$ tüm gerçel sayılarda sürekli olmaz.

Cevap C

Çözüm 11

$f(x)$ fonksiyonu paydasını sıfır yapan noktalarda süreksizdir.

$$x^2 - 4 = 0 \text{ için } x = 2 \text{ ve } x = -2 \text{ dir.}$$

O halde $2 \cdot (-2) = -4$ olur.

Cevap D

Çözüm 12

f fonksiyonu tüm gerçel sayılarda sürekli ise kritik nokta olan $x = 2$ de de süreklidir.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \text{ olmalıdır.}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} (-x^2 - b) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + a) = f(2)$$

Burada $f(2)$ sağdan limite eşit olduğu için ayrıca hesaplamaya gerek yoktur.

$$\Rightarrow -2^2 - b = 2^2 + a$$

$$\Rightarrow -4 - b = a + b$$

$$\Rightarrow a + b = -8 \text{ bulunur.}$$

Cevap A



ÜNİTE 7 **İNTEGRAL**

DİFERANSİYEL KAVRAMI

Türevi alınmış bir fonksiyonun dx ile çarpımına fonksiyonun **diferansiyeli** denir.

Örneğin, $y = x^2 + 3x$ fonksiyonunun

türevi $y' = (x^2 + 3x)' = 2x + 3$,

diferansiyeli $dy = (x^2 + 3x)' dx = (2x + 3) dx$ şeklinde gösterilir.

İNTEGRAL

$f(x) = x^2$ nin türevini $f'(x) = 2x$ şeklinde gösterirken neyin türevi $2x$ tir?

sorusunu $\int 2x dx$ şeklinde gösteririz.

Yani türevin tersi dediğimiz $\int 2x dx$ ifadesine $2x$ in **integrali** denir.

O halde x^2 nin türevi $2x$ olduğundan $2x$ in integrali $\int 2x dx = x^2$ dir.

Fakat sadece x^2 nin değil, $x^2 + 1$, $x^2 - 3$, $x^2 + 10$, ... gibi birçok fonksiyonunda türevi $2x$ olduğundan x^2 nin yanına **c** sabit sayısını ekleriz.

Buna göre, $\int 2x dx = x^2 + c$ olarak yazılır.

Örneğin,

$f(x) = x^3$ ün türevi $f'(x) = 3x^2$ iken $3x^2$ nin integrali $\int 3x^2 dx = x^3 + c$ dir.

Örneğin,

$f(x) = 5x$ in türevi $f'(x) = 5$ iken 5 in integrali $\int 5 dx = 5x + c$ dir.

Özellikler

1. d harfi ile integral yan yana olduğunda birbirini yok ederler. Yani,

$$\cancel{d} \int f(x) dx = f(x) dx \text{ olur.}$$

$$\text{Örneğin, } \cancel{d} \int x^2 dx = x^2 dx \text{ dir.}$$

2. İntegralin önünde $\frac{d}{dx}$ varsa hem integral hem de dx yok edilir.

$$\text{Yani } \frac{d}{dx} \int f(x) \cancel{dx} = f(x) \text{ olur.}$$

$$\text{Örneğin, } \frac{d}{dx} \int (x^2 + 10) \cancel{dx} = x^2 + 10 \text{ olur.}$$

Bilgi

n sayısı -1 den farklı bir reel sayı olsun.

$\int x^n dx$ integrali alınırken x in derecesi 1 artırıldıktan sonra elde edilen ifade x in derecesine bölünür.

Yani burada türev alınırken yaptığımız işlemin tersini uyguluyoruz.

$$\text{Yani } \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \text{ dir.}$$

$$\text{Örneğin, } \int x^5 dx = \frac{x^{5+1}}{5+1} + c = \frac{x^6}{6} + c \text{ dir.}$$

$$\text{Örneğin, } \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \text{ dir.}$$

DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ

İntegrali alınacak bir ifadenin hangi fonksiyonun türevi olduğunu göremediğimiz zaman fonksiyonda küçük bir değişiklik yaparak integrali rahatça alacak şekle dönüştürürüz.

Yani $\int x^n dx$ şekline dönüştürmeye çalışırız.

Örneğin,

$$\int (x-3)^4 dx$$

integralinde $x-3 = u$ diyerek eşitliğin iki tarafının diferansiyelini alırız.

$$x-3 = u \Rightarrow (x-3)' dx = (u)' du \Rightarrow 1 dx = 1 du$$

O halde,

$$\int \underbrace{(x-3)^4}_{u} dx = \int \underbrace{u^4}_{du} du = \frac{u^{4+1}}{4+1} + c = \frac{u^5}{5} + c \text{ bulunur.}$$

Tekrar u yerine $x-3$ yazılırsa,

$$\int (x-3)^4 dx = \frac{(x-3)^5}{5} + c \text{ bulunur.}$$

Örnek - 1

Aşağıdaki integralleri hesaplayalım.

a) $\int x^3 dx$ b) $\int x^{-2} dx$ c) $\int 10 dx$

Çözüm

a) $\int x^3 dx = \frac{x^{3+1}}{3+1} + c = \frac{x^4}{4} + c$

b) $\int x^{-2} dx = \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + c = \frac{x^{-1}}{-1} + c = -\frac{1}{x} + c$

c) $\int 10 dx = 10x + c$

Örnek - 2

Aşağıdaki integralleri hesaplayalım.

a) $\int (\sqrt{x} + 2) dx$ b) $\int \frac{1}{t^3} dt$ c) $\int (f'(x) - 4x + 1) dx$

Çözüm

a) İntegralin içinde toplama veya çıkarma işlemi varsa her bir terimin integrali ayrı ayrı alınır.

$$\begin{aligned} \int (\sqrt{x} + 2) dx &= \int \sqrt{x} dx + \int 2 dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx + \int 2 dx \\ &= \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c_1 + 2x + c_2 = \frac{2 \cdot x^{\frac{3}{2}}}{3} + 2x + c \text{ dir.} \end{aligned}$$

b) İntegralde dt varsa t ye göre integral alınır.

$$\int \frac{1}{t^3} dt = \int t^{-3} dt = \frac{t^{-3+1}}{-3+1} + c = \frac{t^{-2}}{-2} + c \text{ olur.}$$

c) $f(x)$ in türevi $f'(x)$ olduğundan $f'(x)$ in integrali de $f(x)$ olur.

$$\begin{aligned} \int (f'(x) - 4x + 1) dx &= \int \underbrace{f'(x)}_{f(x) + c_1} dx - \int \underbrace{4x}_{4 \cdot \frac{x^{1+1}}{1+1} + c_2} dx + \int \underbrace{1}_{x + c_3} dx \\ &= f(x) - 2x^2 + x + c \quad (c = c_1 + c_2 + c_3) \end{aligned}$$

Örnek - 3

$$f(x) = \int (x^2 - 2x + 3) dx$$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

Çözüm

$f(x) = \int (x^2 - 2x + 3) dx$ eşitliğinin her iki tarafının türevini alalım.

$$\begin{aligned} f(x) = \int (x^2 - 2x + 3) dx &\Rightarrow f'(x) = \frac{d}{dx} \int (x^2 - 2x + 3) dx \\ &\Rightarrow f'(x) = x^2 - 2x + 3 \text{ olur.} \\ &\Rightarrow f'(2) = 2^2 - 4 + 3 = 3 \end{aligned}$$

Örnek - 4

$$f(x) = \int (x - 5)^{-4} dx$$

integralini hesaplayalım.

Çözüm

Bir bakışta integralini alamadığımızda değişken değiştirme kuralını uygulayarak integrali kolayca alınacak şekle getiririz.

$x - 5 = u$ diyerek iki tarafın diferansiyelini alıyoruz.

$$x - 5 = u \Rightarrow d(x - 5) = du \Rightarrow (x - 5)^1 dx = u^1 du \Rightarrow 1 \cdot dx = 1 \cdot du$$

O halde,

$$\int \underbrace{(x - 5)^{-4}}_u dx = \int \underbrace{u^{-4}}_{du} du = \frac{u^{-4+1}}{-4+1} + c = \frac{u^{-3}}{-3} + c$$

Tekrar u yerine $x - 5$ yazalım.

$$\frac{u^{-3}}{-3} + c = \frac{(x - 5)^{-3}}{-3} + c \text{ olur.}$$

1. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$

fonksiyonunun diferansiyeli aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(6x - 4) dx$ B) $(6x^2 - 4x) dx$ C) $(3x^2 - 4x) dx$
D) $(3x - 2) dx$ E) $(3x^2 + 4x) dx$

2. I. $\int 3 dx = 3x + c$

II. $\int 5 du = 5x + c$

III. $\int \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} t$

Yukarıdaki integrallerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

3. $\int 2 dx + \int 3 du - \int dt$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x + c$ B) $2x^2 + 3u^2 - t^2 + c$
C) $2x + 3u - t + c$ D) $x^2 + u^2 - t^2 + c$
E) $2u + 3x - t + c$

4. $\int x dt + \int u dx$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{2} + \frac{u^2}{2} + c$ B) $x^2 + u^2 + c$
C) $x \cdot t + u \cdot x + c$ D) $x \cdot u + u \cdot t + c$
E) $\frac{x \cdot t}{2} + \frac{u \cdot x}{2} + c$

5. $\int (x^2 - 2) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 - 2x + c$ B) $\frac{x^3}{3} - 2x + c$
C) $-\frac{x^3}{3} + 2x + c$ D) $x^3 + 2x + c$
E) $x + c$

6. $\int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + c$ B) $x + x^2 + c$
C) $-\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + c$ D) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + c$
E) $-x - 2x^2 + c$

7. $\int (2x^2 - 4x + 1) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{3}x^3 - x^2 + x + c$ B) $\frac{3}{2}x^3 - x^2 + x + c$
C) $3x^3 + 2x^2 + x + c$ D) $\frac{2}{3}x^3 - x^2 - x + c$
E) $\frac{2x^3}{3} - 2x^2 + x + c$

8. $\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{1}{x} + c$ B) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{x} + c$
C) $\frac{3}{2}\sqrt{x^3} - \frac{1}{x} + c$ D) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x} + c$
E) $2\sqrt{x^3} + \sqrt{x} + c$

9. $f(x) = \int (x - 2)^2 dx$

olduğuna göre, $f(3) - f(0)$ kaçtır? (integral sabiti 0 alınacak)

- A) -2 B) -3 C) -6 D) 2 E) 3

10. $\int \frac{x^2 + 4x}{x} dx$

integralinin değeri $x = 2$ için 12 olduğuna göre, integral sabitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $\int \frac{x^4 + x}{x^3} dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + c$ B) $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + c$
C) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$ D) $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{2x^2} + c$
E) $2x^2 - x + c$

12. I. $d \int (x^2 - 4x) dx = (x^2 - 4x) dx$

II. $\frac{d}{dx} \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

III. $f(x) = \int (x + 1) dx$ ise $f'(x) = x + 1$ dir.

Yukarıdakilerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

1. $\int \sqrt{x^3} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{x} + c$ B) $\sqrt{x^5} + c$ C) $\frac{2\sqrt{x^5}}{5} + c$
D) $\frac{\sqrt[5]{x^2}}{5}$ E) $\frac{5\sqrt{x^5}}{2} + c$

2. $\int \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{x} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[3]{x^2} + c$ B) $2\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x} + c$
C) $3\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x^3} + c$ D) $3\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + c$
E) $\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} + c$

3. $\frac{d}{dx} \int \frac{x^3 - x^2}{x + 1} dx$

integralinin değeri $x = 2$ için kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 0

4. $\int 5x \sqrt{x} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{5} + \sqrt{x^5} + c$ B) $\frac{5}{2} + \sqrt{x^5} + c$ C) $5\sqrt{x^5} + c$
D) $5\sqrt{x^2} + c$ E) $2\sqrt{x^5} + c$

5. $\int x d(x^2)$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3x^3}{2} + c$ B) $\frac{2x^3}{3} + c$ C) $3x^2 + c$
D) $2x^3 + c$ E) $\frac{2}{3}x^2 + c$

6. $\int f(x) dx = x^2 + 4x + 2$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 6 D) 8 E) 10

7. $\int \frac{f(x)}{x} dx = x^2 - 6x + 1$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) -4 B) -6 C) -8 D) 12 E) 8

8. $\int f(x) dx = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 15 B) 20 C) 30 D) 40 E) 60

9. $\int x \cdot (x - 2)^2 dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^4 - 3x^2 + 6x + c$ B) $\frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 2x^2 + c$
C) $\frac{3x^4}{4} - 2x^3 + \frac{x^2}{2} + c$ D) $\frac{x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} + x^2 + c$
E) $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x + c$

10. $f(x) = \int x^3 \cdot (x + 1)^2 dx$

olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır? (İntegral sabiti $c = 0$ alınacak)

- A) $\frac{49}{60}$ B) $\frac{43}{60}$ C) $\frac{17}{30}$ D) $\frac{13}{30}$ E) $\frac{1}{6}$

11. $\int (2x - 1)^4 dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(2x - 1)^5 + c$ B) $\frac{(2x - 1)^5}{5} + c$ C) $\frac{(x^2 - 1)^4}{4} + c$
D) $\frac{(x^2 - x)^5}{5} + c$ E) $\frac{(2x - 1)^5}{10} + c$

12. $\int 2x (x^2 - 1)^3 dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{(x^3 - 1)^4}{3} + c$ B) $\frac{(x^3 + x)^4}{6} + c$ C) $\frac{(x^2 - 1)^4}{4} + c$
D) $\frac{(x^2 - 1)^4}{12} + c$ E) $\frac{x^2(x^2 - 1)^4}{12} + c$

Test - 1

Çözüm 1

$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$ fonksiyonunun diferansiyelini fonksiyonun türevini alıp dx ile çarparak alıyoruz.

$f(x)$ in türevi, $f'(x) = 3x^2 - 4x$

$f(x)$ in diferansiyeli $d(f(x)) = (3x^2 - 4x) dx$

Cevap C

Çözüm 2

Sabit terimlerin integralini, integral içindeki değişken ile çarparak alıyoruz.

$$\int 3 dx = 3 \cdot x + c \quad \text{I. öncül doğru}$$

$$\int 5 du = 5 \cdot u + c \quad \text{II. öncül yanlış}$$

$$\int \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \cdot t + c \quad \text{III. öncül yanlış (c sabiti yazılmamış)}$$

Cevap A

Çözüm 3

Sabit terimlerin integralini, integral içindeki değişken ile çarparak alıyoruz.

$$\int 2 dx + \int 3 du - \int dt \Rightarrow 2x + c_1 + 3u + c_2 - t + c_3$$

$$\Rightarrow 2x + 3u - t + c \quad \text{olur. (} c_1 + c_2 + c_3 = c \text{)}$$

Cevap C

Çözüm 4

$\int x dt$ integralinde dt olduğundan x ifadesini sabit terim,

$\int u dx$ integralinde dx olduğundan u ifadesini sabit terim olarak düşüneceğiz.

$$\int x dt + \int u dx \Rightarrow x \cdot t + c_1 + u \cdot x + c_2 \quad (c_1 + c_2 = c)$$

$$\Rightarrow x \cdot t + u \cdot x + c \quad \text{bulunur.}$$

Cevap C

Çözüm 5

$$\int (x^2 - 2) dx = \int x^2 dx - \int 2 dx = \frac{x^2 + 1}{2 + 1} - 2x + c$$

$$= \frac{x^3}{3} - 2x + c \quad \text{bulunur.}$$

Cevap B

Çözüm 6

$$\int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx \Rightarrow \int (x^{-2} + x^{-3}) dx$$

$$\Rightarrow \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + \frac{x^{-3+1}}{-3+1} + c$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + c \quad \text{bulunur.}$$

Cevap C

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 7

$$\int (2x^2 - 4x + 1) dx \Rightarrow 2 \cdot \frac{x^2+1}{2+1} - 4 \cdot \frac{x^1+1}{2} + 1 \cdot x + c$$

$$\Rightarrow \frac{2x^3}{3} - 2x^2 + x + c \text{ bulunur.}$$

Cevap E

Çözüm 8

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x^2} \right) dx \Rightarrow \int \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int \left(x^{-\frac{1}{3}} - x^{-2} \right) dx$$

$$\Rightarrow \frac{x^{-\frac{1}{3}+1}}{-\frac{1}{3}+1} - \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + c = \frac{x^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} - \frac{x^{-1}}{-1} + c$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{x} + c \text{ bulunur.}$$

Cevap B

Çözüm 9

$$f(x) = \int (x-2)^2 dx = \int (x^2 - 4x + 4) dx$$

$$= \frac{x^2+1}{2+1} - 4 \cdot \frac{x^1+1}{1+1} + 4x$$

$$= \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x \text{ olur.}$$

$$f(0) = 0 \text{ ve}$$

$$f(3) = \frac{3^3}{3} - 2 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 = \frac{27}{3} - 18 + 12 = 9 - 18 + 12 = 3$$

$$\text{ise } f(3) - f(0) = 3 \text{ tür.}$$

Cevap E

Çözüm 10

$$\int \frac{x^2 + 4x}{x} dx = \int \left(\frac{x^2}{x} + \frac{4x}{x} \right) dx = \int (x + 4) dx$$

$$\Rightarrow \frac{x^1+1}{1+1} + 4 \cdot x + c \Rightarrow \frac{x^2}{2} + 4x + c$$

$$\frac{x^2}{2} + 4x + c \text{ ifadesi } x=2 \text{ için } 12 \text{ olduğuna göre,}$$

$$\frac{x^2}{2} + 4x + c = \frac{2^2}{2} + 4 \cdot 2 + c = 12 \Rightarrow c = 2 \text{ olur.}$$

Cevap B

Çözüm 11

$$\int \frac{x^4 + x}{x^3} dx = \int \left(\frac{x^4}{x^3} + \frac{x}{x^3} \right) dx$$

$$\Rightarrow \int (x + x^{-2}) dx = \frac{x^1+1}{1+1} + \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + c$$

$$= \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + c \text{ bulunur.}$$

Cevap B

Çözüm 12

- d harfi ile $\int$ işareti yan yana geldiğinde birbirini yok eder.

$$\cancel{d} \int (x^2 - 4x) dx = (x^2 - 4x) dx \quad \text{I. öncül doğru}$$

- d harfi $\int$ işareti birbirini yok ederken dx ifadeleri de birbirini yok eder.

$$\cancel{d} \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) \cancel{dx} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \quad \text{II. öncül doğru}$$

- $f(x) = \int (x+1) dx$ eşitliğinin türevini alalım.

$$f'(x) = \cancel{d} \int \cancel{dx} (x+1) = x+1 \text{ olduğundan III. öncül doğru}$$

Cevap E

Test - 2

Çözüm 1

$$\int \sqrt{x^3} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + c = \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c$$

$$= \frac{2\sqrt{x^5}}{5} + c \text{ olur.}$$

Cevap C

Çözüm 2

$$\int \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{x} dx = \int \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x} \right) dx$$

$$\Rightarrow \int \left(x^{-\frac{2}{3}} + x^{-\frac{1}{2}} \right) dx = \int \left(x^{-\frac{2}{3}+1} + x^{-\frac{1}{2}+1} \right) dx$$

$$\Rightarrow \frac{x^{-\frac{2}{3}+1}}{-\frac{2}{3}+1} + c + \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c = \frac{x^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} + \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c$$

$$\Rightarrow 3\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + c \text{ bulunur.}$$

Cevap D

Çözüm 3

$$\frac{d}{dx} \int \frac{x^3 - x^2}{x+1} dx = \frac{x^3 - x^2}{x+1} \text{ olur.}$$

$x = 2$ için,

$$\frac{x^3 - x^2}{x+1} = \frac{2^3 - 2^2}{2+1} = \frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

Cevap A

Çözüm 4

$$\int 5x \sqrt{x} dx = \int 5x \cdot x^{\frac{1}{2}} dx = \int 5 \cdot x^{\frac{3}{2}} dx$$

$$\Rightarrow 5 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + c = 5 \cdot \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c = 5 \cdot \frac{2}{5} \sqrt{x^5} + c$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x^5} + c \text{ bulunur.}$$

Cevap E

Çözüm 5

$d(x^2) = 2x \cdot dx$ dir.

$$\int x d(x^2) = \int x \cdot 2x dx = \int 2x^2 dx$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \frac{x^3}{3} + c \text{ bulunur.}$$

Cevap B

Çözüm 6

$\int f(x) dx = x^2 + 4x + 2$ eşitliğinin türevini alırsak $f(x)$ i integralden kurtarmış oluruz.

$$\int f(x) dx = x^2 + 4x + 2 \Rightarrow \frac{d}{dx} \int f(x) dx = (x^2 + 4x + 2)'$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x + 4$$

$$\Rightarrow f(2) = 2 \cdot 2 + 4 = 8 \text{ olur.}$$

Cevap D

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 7

$\int \frac{f(x)}{x} dx = x^2 - 6x + 1$ eşitliğinin türevini alalım.

$$\begin{aligned} \int \frac{f(x)}{x} dx = x^2 - 6x + 1 &\Rightarrow \frac{d}{dx} \int \frac{f(x)}{x} dx = (x^2 - 6x + 1)' \\ &\Rightarrow \frac{f(x)}{x} = 2x - 6 \Rightarrow f(x) = 2x^2 - 6x \\ &\Rightarrow f(2) = 8 - 12 = -4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap A

Çözüm 8

$\int f(x) dx = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$ eşitliğinin iki tarafının türevini alalım.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int f(x) dx &= (1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)' \\ \Rightarrow f(x) &= 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 \text{ tekrar türev alalım.} \\ f'(x) &= (1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)' \\ \Rightarrow f'(x) &= 2 + 6x + 12x^2 + 20x^3 \\ x = 1 \text{ için,} \\ \Rightarrow f'(1) &= 2 + 6 + 12 + 20 = 40 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap D

Çözüm 9

$\int x \cdot (x - 2)^2 dx = \int x \cdot (x^2 - 4x + 4) dx$ dür.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (x^3 - 4x^2 + 4x) dx &= \frac{x^4}{4} - 4 \cdot \frac{x^3}{3} + 4 \cdot \frac{x^2}{2} + c \\ &= \frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 2x^2 + c \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap B

Çözüm 10

$$f(x) = \int x^3 \cdot (x + 1)^2 dx = \int x^3 \cdot (x^2 + 2x + 1) dx$$

$$f(x) = \int (x^5 + 2x^4 + x^3) dx = \frac{x^6}{6} + \frac{2x^5}{5} + \frac{x^4}{4}$$

$x = 1$ için,

$$f(x) = \frac{x^6}{6} + \frac{2x^5}{5} + \frac{x^4}{4} \Rightarrow f(1) = \frac{1}{6} + \frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{49}{60} \text{ bulunur.}$$

Cevap A

Çözüm 11

$\int (2x - 1)^4 dx$ integralinde $2x - 1 = u$ dönüşümü uygulayıp diferansiyel alırsak integral kolayca alınabilir.

$$\begin{aligned} 2x - 1 = u &\Rightarrow (2x - 1)' dx = (u)' du \\ &\Rightarrow 2 dx = 1 \cdot du \Rightarrow dx = \frac{du}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

İntegralde ifadeleri yazalım.

$$\int \underbrace{(2x - 1)^4}_{u} dx = \int u^4 \cdot \underbrace{\frac{du}{2}}_{\frac{du}{2}} = \frac{1}{2} \int u^4 du \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{u^5}{5} + c \text{ olur.}$$

u yerine tekrar $2x - 1$ yazarsak $\frac{1}{10} \cdot (2x - 1)^5 + c$ bulunur.

Cevap E

Çözüm 12

$\int 2x (x^2 - 1)^3 dx$ integralinde $x^2 - 1$ ifadesinin türevi $2x$ ifadesi integralin içinde olduğundan dönüşüm uygulayalım.

$$x^2 - 1 = u \Rightarrow (x^2 - 1)' dx = (u)' du \Rightarrow 2x dx = 1 \cdot du$$

Bu ifadeleri integralde yerlerine yazalım.

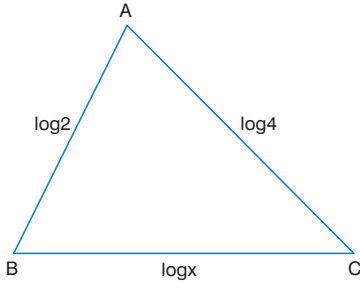
$$\int 2x \underbrace{(x^2 - 1)^3}_{u} dx = \int u^3 du = \frac{u^4}{4} + c$$

Tekrar u yerine $x^2 - 1$ yazalım.

$$\int 2x (x^2 - 1)^3 dx = \frac{u^4}{4} + c = \frac{(x^2 - 1)^4}{4} + c \text{ bulunur.}$$

Cevap C

1.



Yukarıdaki şekilde ABC üçgeninin kenar uzunlukları logaritmik olarak verilmiştir.

Buna göre, x in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

2.

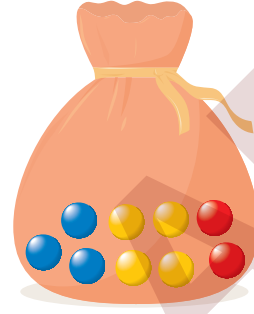


Bir çift zar atılıyor.

Üst yüze gelen sayılar toplamının 6 dan büyük olduğu bilindiğine göre, bu toplamın asal sayı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{8}{21}$

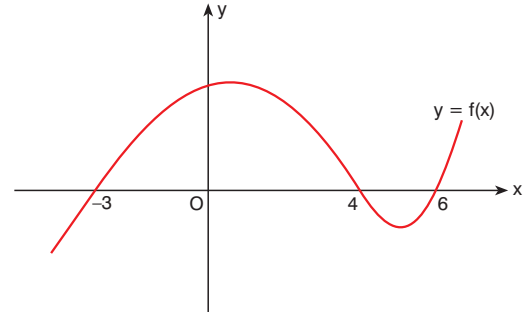
3. 3 mavi, 4 sarı, 2 kırmızı bilyenin bulunduğu bir torbadan sırasıyla Ali, Burak ve Caner geri koymaksızın birer bilye çekiyorlar.



Buna göre, üçünün de aynı renk bilye çekmiş olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{84}$ B) $\frac{1}{19}$ C) $\frac{1}{17}$ D) $\frac{1}{15}$ E) $\frac{1}{13}$

4.



Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x + 2) = 0$ koşulunu sağlayan $f(x + 2)$ fonksiyonunun sıfırlarının toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 4 E) 5

5.



Boyu h cm olan bir yetişkinin sağlıklı kilosu,

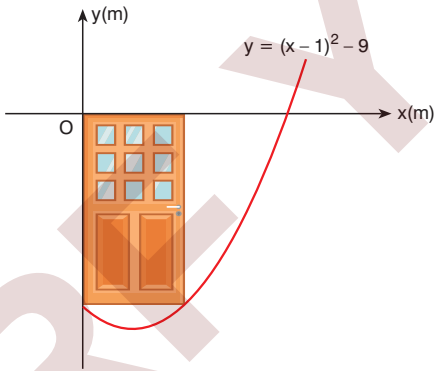
$$K(h) = \frac{9h - 760}{10} [\text{kg}]$$

olarak verilmiştir.

Buna göre, boyu 1,70 metre ve kilosu 70 kg olan birinin sağlıklı kilosuna ulaşabilmesi için kaç kg alması gerekir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6.

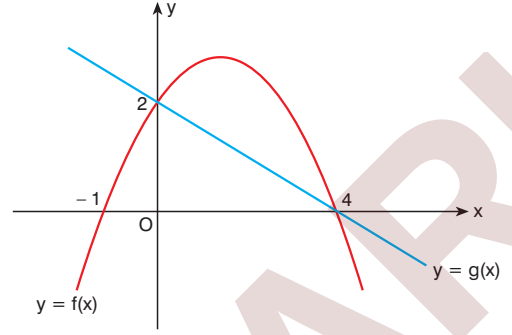


Yukarıdaki şekilde $y = (x - 1)^2 - 9$ parabolü ile dikdörtgen şeklindeki bir kapının modellenmesi verilmiştir.

Buna göre, kapının alanı kaç m^2 dir?

- A) 27 B) 26 C) 24 D) 16 E) 15

7.



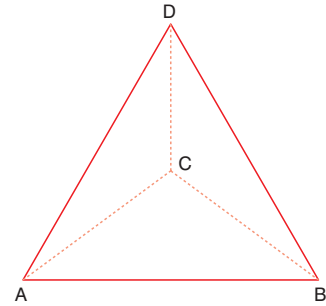
Yukarıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan rakamların toplamı kaçtır?

- A) 45 B) 41 C) 40 D) 39 E) 38

8.

Bir oyun parkına giden Ayla ve Bülent, düzgün dörtyüzlü şeklindeki bir kulenin A ve B köşelerinde duruyorlar.



Kendilerine ilerleyebilecekleri birer ayrıt seçip o ayrıt boyunca ilerleyen Ayla ve Bülent seçtiklerin ayrıtın diğer köşesine geldiklerinde duruyorlar.

Buna göre, Ayla ile Bülent'in karşılaşmaması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{5}$

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x + 3^x + 3}{6^x}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) 1 C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{13}{36}$

2. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{11-x}}{x+3}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

3.
$$f(x) = \begin{cases} 2x + a, & x < -1 \\ 3x + 4, & -1 \leq x < 2 \\ 2x - b, & x \geq 2 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan $f(x)$ fonksiyonu reel sayılarda daima sürekli olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) -24 B) -20 C) -18 D) 12 E) 20

4. $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2$

olduğuna göre,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 8 E) 12

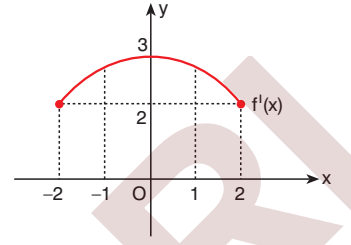
5. Yanda $y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

Buna göre,

- I. $f(-1) < f(1)$
II. $f'(0) > f'(1)$
III. $f''(-1) > 0$

yukarıdakilerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I, II ve III E) II ve III



6. Reel sayılarda türevlenebilir bir $f(x)$ fonksiyonu için,

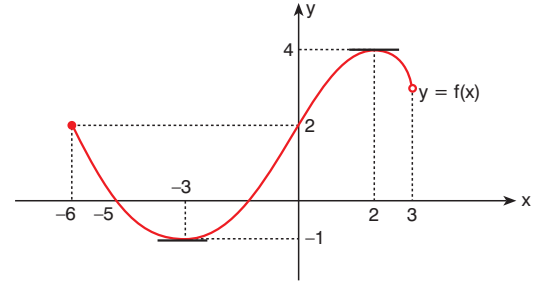
$$f'(3^+) = 2m - 4$$

$$f'(3^-) = m + 6$$

olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 8 D) 12 E) 16

7.



Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f fonksiyonu için,

- I. 4 tane yerel ekstremum noktası vardır.
II. Yerel minimum değeri -1 dir.
III. Mutlak maksimum noktasının apsisi 2 dir.

Yukarıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) I ve II E) II ve III

GENEL TARAMA

8. **Bilgi:** Paralel doğruların eğimleri eşittir.

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

fonksiyonuna üzerindeki hangi noktadan çizilen teğeti $y = 4x - 2$ doğrusuna paraleldir?

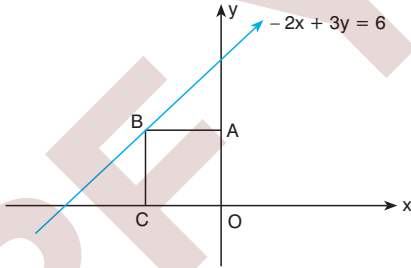
- A) (0, 1) B) (-1, 0) C) (1, 4)
D) (2, 9) E) (3, 2)

9. $f(x) = -2x^2 + ax + 4$

fonksiyonunun azalan olduğu aralık $[-3, \infty)$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -4 C) -6 D) -10 E) -12

10.



Şekilde OABC dikdörtgeninin B köşesi $-2x + 3y = 6$ doğrusu üzerindedir.

Buna göre, bu dikdörtgenin alanının en büyük değeri kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

11. $\int (4x^3 - 2x + 3) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^4 + x^2 + 3x + c$ B) $2x^4 - x^2 + 3x + c$
C) $2x^4 - x^2 - 3x + c$ D) $x^4 - x^2 + 3x + c$
E) $4x^4 - x^2 + 3x + c$

12. $\int \frac{f(2x)}{x} dx = x^2 + 4x + 1$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) -2 E) -4

13. $\int_0^1 (x^2 + 2x - 3)^2 (x + 1) dx$

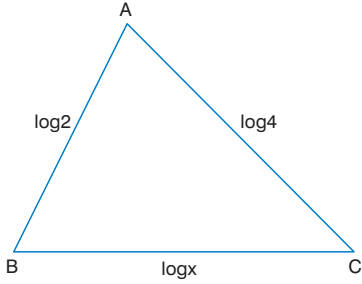
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

ÇÖZÜMLERİ

Test - 1

Çözüm 1



Bildiğimiz üzere bir üçgende bir kenarın uzunluğu;

- diğer iki kenarın toplamından küçük
- diğer iki kenarın farkından büyüktür.

Buna göre,

$$\log 4 - \log 2 < \log x < \log 4 + \log 2$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{4}{2}\right) < \log x < \log(4 \cdot 2) \Rightarrow 2 < x < 8 \text{ olur.}$$

Bu aralıktaki tam sayıların toplamı da

$$3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25 \text{ bulunur.}$$

Cevap A

Çözüm 2

+	1	2	3	4	5	6
1	•	•	•	•	•	7
2	•	•	•	•	7	8
3	•	•	•	7	8	9
4	•	•	7	8	9	10
5	•	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

→ Tüm durumlar

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{8}{21} \text{ olur.}$$

Cevap E

Çözüm 3

Üçü de mavi veya üçü de sarı

$$\frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} + \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6 + 24}{9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{30}{9 \cdot 8 \cdot 7}$$

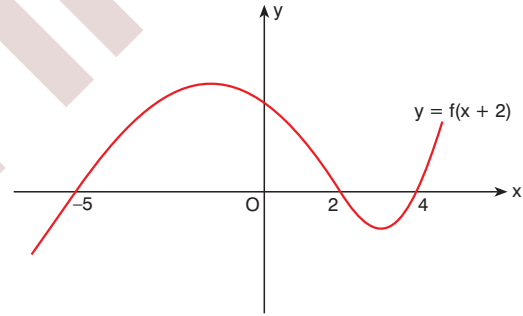
$$= \frac{5}{84} \text{ olur.}$$

Cevap A

Çözüm 4

$$y = f(x + 2) = f(x - (-2))$$

sola 2 br



Buna göre, $f(x + 2) = 0$

$$\Rightarrow x \rightarrow -5, 2, 4 \text{ tür.}$$

Bunların toplamı da $-5 + 2 + 4 = 1$ olur.

Cevap C

Çözüm 5

$$K(h) = \frac{9 \cdot h - 760}{10}$$

$$K(170) = \frac{9 \cdot 170 - 760}{10} = 9 \cdot 17 - 76 = 153 - 76 = 77 \text{ kg olur.}$$

Öyleyse $77 - 70 = 7$ kg olması gerekir.

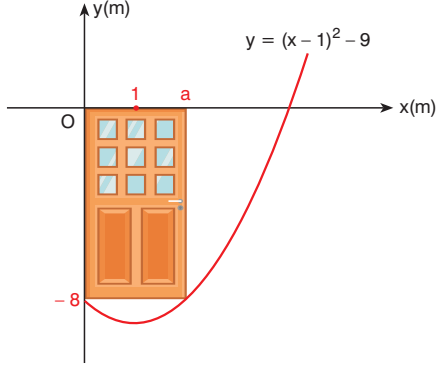
Cevap B

ÇÖZÜMLERİ

Çözüm 6

$x = 0$ için $y = (0 - 1)^2 - 9 = -8$ olur.

Ayrıca $y = (x - 1)^2 - 9$ un tepe noktası $T(1, -9)$ dur.



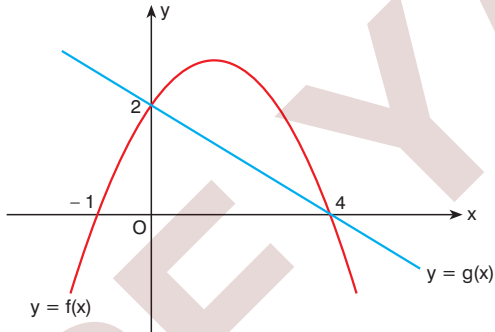
Şekle göre $f(a) = f(0) = -8 \Rightarrow a = 2$ olur.

1 e eşit
uzaklıkta
olmalı

Kapının alanı da $2 \cdot 8 = 16 \text{ m}^2$ olur.

Cevap D

Çözüm 7



Grafiğe göre, $g(x) = 0 \Rightarrow x = 4$ tür.

$f(x) = 0 \Rightarrow x = -1$ ve $x = 4$ tür.

$x > 4$ için $f(x) = -$, $g(x) = - \Rightarrow \frac{f(x)}{g(x)} = +$ olur.

x	-1	4
$\frac{f(x)}{g(x)}$	-	+

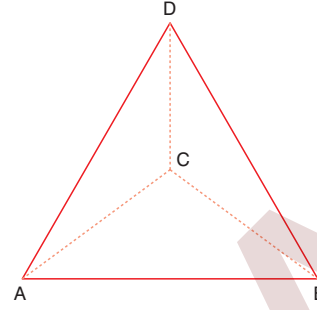
$\text{ÇK} = (-1, \infty) - \{4\}$

Bu aralıktaki rakamların toplamı da

$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 41$ olur.

Cevap B

Çözüm 8



İstenen olasılık = 1 - Karşılaşma olasılığı

Öyleyse önce karşılaşma olasılığını bulalım.

[A'daki B'ye] ve [B'deki A'ya] veya [İkisi de D'ye]
veya [İkisi de C'ye]

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

İstenen olasılık = $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ bulunur.

Cevap C

Test - 2

Çözüm 1

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x + 3^x + 3}{6^x} = \frac{2^2 + 3^2 + 3}{6^2} = \frac{16}{36}$$

$$= \frac{4}{9} \text{ bulunur.}$$

Cevap D

Çözüm 2

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{11-x}}{x+3} = \frac{\sqrt{7+2} + \sqrt{11-7}}{7+3} = \frac{\sqrt{9} + \sqrt{4}}{10}$$

$$= \frac{3+2}{10} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

Cevap A